

Exercice

.1

Maths-inter.ma

1.

التمرين

$$U_1 = 6$$

$$U_{n+1} = \frac{n+2}{n+1} \left(\frac{n}{n+1} U_n + 2 \right)$$

Soit la suite (U_n) définie par:

1) Soit $A_n = 1^2 + 2^2 + 3^2 + \dots + n^2$ et $B_n = 1 + 2 + 3 + \dots + n$

a) Calculer: B_n .

b) Montrer que : $(\forall n \in \mathbb{N}); A_n = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$.

Soit la suite (V_n) telle que pour tout n de \mathbb{N} :

$$V_n = \frac{n}{n+1} U_n$$

a) Montrer que (V_n) est géométrique et déterminer sa raison.

b) Déterminer V_n puis U_n en fonction de n .

2) On pose : $S_n = U_1 + 2U_2 + 3U_3 + \dots + nU_n$.

a) Montrer que $S_n = 2A_n + 3B_n + n$

b) En déduire S_n .

Exercice

.2

Maths-inter.ma

2.

التمرين

$$U_0 = -1 ; U_1 = 1$$

$$U_{n+2} = U_{n+1} - \frac{1}{4} U_n$$

Soit la suite (U_n) définie par:

1) Calculer U_2 .

2) Soit $V_n = U_{n+1} - \frac{1}{2} U_n$ et $W_n = \frac{U_n}{V_n}$

a) Montrer que (V_n) est une suite géométrique et préciser sa raison.

b) Montrer que (W_n) est une suite arithmétique et préciser sa raison.

c) En déduire que $(\forall n \in \mathbb{N}); u_n = \frac{3n-1}{2^n}$

3) Montrer par récurrence que : $(\forall n \geq 2); \left(\frac{3}{2}\right)^n \geq n$

Exercice

.3

Maths-inter.ma

3.

التمرين

(U_n) est une suite telle que : $U_0 = \frac{1}{2}; U_{n+1} = \frac{2U_n}{1+U_n^2}$

1) Montrer par récurrence que : $(\forall n \in \mathbb{N}); 0 \leq U_n < 1$

2) Montrer que (U_n) est une suite croissante.

3) Montrer que $(\forall n \in \mathbb{N}); 0 < 1 - U_{n+1} \leq \frac{2}{5}(1 - U_n)$

4) En déduire que $(\forall n \in \mathbb{N}); 0 < 1 - U_n < \left(\frac{2}{5}\right)^n$

Exercice

.4

Maths-inter.ma

4.

التمرين

(U_n) est une suite telle que :

$$U_1 = 6 ; U_{n+1} = U_n + 2 + \frac{1}{n+1} - \frac{1}{n}$$

On pose pour tout $n \in \mathbb{N}^i$: $V_n = U_n - \frac{1}{n}$

1) Calculer : U_2, V_1, V_2

2) Calculer $V_{n+1} - V_n$, en déduire la nature de la suite $(V_n)_{n>0}$.

3) Calculer U_n et V_n en fonction de n .

Exercice

.5

Maths-inter.ma

5.

التمرين

$$U_0 = 1$$

$$U_{n+1} = \frac{1}{3} U_n + \frac{1}{3^{n+1}}$$

Soit la suite (U_n) définie par:

1) Calculer U_1 .

2) Soit $V_n = 3^n U_n$.

a) Montrer que (V_n) est une suite arithmétique et préciser sa raison.

b) Calculer V_n et U_n en fonction de n , et vérifier que (U_n) est positive.

3) Montrer par récurrence que : $(\forall n \geq 3); 2^n \geq 1 + 2n$

4) En déduire que : $(\forall n \geq 3); 0 < u_n < \left(\frac{2}{3}\right)^n$

Exercice

.6

Maths-inter.ma

6.

التمرين

$$U_0 = -2$$

$$U_{n+1} = \frac{2U_n - 3}{U_n + 6}$$

1) Soit la suite (U_n) définie par:

a) Calculer : U_1 .

a) Montrer que (V_n) est géométrique et déterminer sa raison.

b) Déterminer V_n puis U_n en fonction de n .

3) On pose : $S'_n = \frac{1}{U_0+3} + \frac{1}{U_1+3} + \dots + \frac{1}{U_n+3}$.

<p>b) Montrer par récurrence que: $(\forall n \in \mathbb{N}) ; -3 < U_n < -1$.</p> <p>c) Etudier la monotonie de la suite (U_n) .</p> <p>2) Soit la suite (V_n) telle que pour tout n de \mathbb{N} :</p> $V_n = \frac{U_n + 1}{U_n + 3}$	<p>a) Calculer S_n .</p> <p>b) Vérifier que $\frac{1}{U_n + 3} = \frac{1}{2} - \frac{1}{2} V_n$</p> <p>c) Calculer S_n .</p>
--	---

Exercice	7	Maths-inter.ma	7	التمرين
----------	---	----------------	---	---------

<p>Soit la suite (U_n) définie par:</p> $U_{n+1} = \frac{U_1 = 1}{(3n+3)U_n - 8n - 12}$ <p>1) Calculer : U_2 .</p> <p>2) Montrer par récurrence que: $(\forall n \in \mathbb{N} - \{0,1\}) ; U_n \leq 0$.</p>	<p>3) Etudier la monotonie de la suite (U_n) .</p> <p>4) Soit la suite (V_n) telle que pour tout n de \mathbb{N} :</p> $V_n = \frac{4 - U_n}{n}$ <p>a) Montrer que (V_n) est géométrique et déterminer sa raison .</p> <p>b) Déterminer V_n puis U_n en fonction de n .</p>
---	---

Bonne Chance