

القسم 1SM2	فرض محروس رقم 2	ثانوية طارق بن زياد - أزرو
18 أبريل 2009		ذ.و.بيدي
<p>نعتبر في كل مما يلي أن المستوى منسوب إلى معلم متعامد ممنظم $(O; \vec{i}; \vec{j})$ حيث $\ \vec{i}\ = \ \vec{j}\ = 2cm$.</p>		
التمرين 1:		
<p>لتكن g الدالة العددية المعرفة على \mathbb{R} بما يلي : $g(x) = \frac{x^2 + x + 1}{x^2 + 1}$ و C_g المنحنى الممثل لها في المعلم $(O; \vec{i}; \vec{j})$.</p>		
<p>(1) حدد النهايتين $\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x)$ و $\lim_{x \rightarrow -\infty} g(x)$ وأولهما هندسيا.</p>		
<p>(2) بين أن : $\forall x \in \mathbb{R} : g'(x) = \frac{-x^2 + 1}{(x^2 + 1)^2}$ واستنتج أن g تزايدية قطعاً على $[-1; 1]$ و ضع جدول تغيرات g.</p>		
<p>(3) (أ) بين أن $y = x + 1$ هي معادلة ديكارتية للمستقيم (T) المماس ل C_g في النقطة $I(0; 1)$</p>		
<p>(ب) بين أن : $\forall x \in \mathbb{R} : g(x) - x - 1 = \frac{-x^3}{x^2 + 1}$ واستنتج أن $I(0; 1)$ هي نقطة انعطاف ل C_g</p>		
<p>(4) أثبت أن النقطة $I(0; 1)$ هي مركز تماثل ل C_g ثم أنشئ C_g.</p>		
التمرين 2:		
<p>لتكن f الدالة العددية المعرفة على \mathbb{R} بما يلي :</p> $f(x) = \begin{cases} \frac{x}{\sqrt{x+1}}; & x > -1 \\ \sqrt{x^2+x}; & x \leq -1 \end{cases}$		
<p>و C_f المنحنى الممثل لها في المعلم $(O; \vec{i}; \vec{j})$.</p>		
<p>(1) بين أن : $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = +\infty$ و $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$ و $\lim_{x \rightarrow -1} f(x) = -\infty$ و أعط تأويلاً هندسياً للأخيرة.</p>		
<p>(2) (أ) بين أن $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x)}{x} = 0$ وأعط تأويلاً هندسياً لهذه النتيجة.</p>		
<p>(ب) بين أن لكل $x \leq -1$ لدينا : $f(x) + x + \frac{1}{2} = \frac{-1}{4\sqrt{x^2+x} - 4x - 2}$ واستنتج أن المستقيم $(\Delta) : y = -x - \frac{1}{2}$ مقارب مائل للمنحنى C_f بجوار $-\infty$</p>		
<p>(3) (أ) أثبت أن : $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{f(x) - f(-1)}{x + 1} = -\infty$ وأعط تأويلاً هندسياً لهذه النتيجة.</p>		
<p>(ب) أثبت أن : $\forall x > -1 : f'(x) = \frac{x+2}{2(x+1)\sqrt{x+1}}$ وبين أن : $\forall x > -1 : f'(x) > 0$</p>		
<p>(ج) أثبت أن : $\forall x < -1 : f'(x) = \frac{2x+1}{2\sqrt{x^2+x}}$ وبين أن : $\forall x < -1 : f'(x) < 0$</p>		
<p>(د) ضع جدول تغيرات الدالة f.</p>		
<p>(4) أنشئ المنحنى C_f واستنتج حلاً مبيانياً للمعادلة $\frac{\sin x}{\sqrt{1+\sin x}} = m$ حيث m بارامتر حقيقي.</p>		
<p>III- ادرس تغيرات الدوال العددية التالية ومثلها مبيانياً : $x \rightarrow \frac{\sin x}{\sqrt{x}} - 2\sqrt{x} \cos x$ ؛ $x \rightarrow \sup(x^2 + x - 1; x^2 + 7x + 11)$</p>		
<p>IV- أنشئ المنحنى التالي : $C : 4x^2 - y^2 - 8 = 0$</p>		
<p>V- أثبت أن جميع المنحنيات $C_m : y = \frac{mx - 1}{x - m}$ حيث $m \in \mathbb{R}$ تتلاقى في نقطتين ثابتين ينبغي تحديد إحداثيتهما.</p>		
<p>VI- أثبت باستعمال تعريف النهاية أن : $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x+2}{x-1} = 4$</p>		