

**فرض محروس رقم 3 - 1 ع. 9**

**التمرين 1:** لتكن  $(u_n)$  و  $(v_n)$  المتتاليتين العدديتين المعرفتين بما يلي:

$$v_n = \frac{1}{u_n - 3} \quad \text{و} \quad u_{n+1} = \frac{9}{6 - u_n} : n \in \mathbb{N} \quad \text{و لكل} \quad u_0 = -1$$

(أ) أثبت أن  $(v_n)$  حسابية أساسها  $\frac{-1}{3}$  واحسب حدها الأول  $v_0$

(ب) عبر بدلالة  $n$  عن  $v_n$  واستنتج المجموع التالي بدلالة  $n$  :  $S_n = v_0 + v_1 + \dots + v_n$

**التمرين 2:** نعتبر المتتاليتين العدديتين  $(u_n)$  و  $(v_n)$  المعرفتين بما يلي :

$$v_n = u_n - 3 \quad \text{و} \quad u_{n+1} = \frac{1}{3}u_n + 2 : n \in \mathbb{N}^* \quad \text{و لكل} \quad u_1 = 2$$

(1) احسب  $u_2$  و  $u_3$  و بين أن المتتالية  $(u_n)$  ليست هندسية .

(2) برهن بالترجع أن المتتالية  $(u_n)$  مكبورة بالعدد 3

(3) أثبت أن المتتالية  $(u_n)$  تزايدية قطعا واستنتج أن لكل  $n \in \mathbb{N}^* : u_n \geq 2$

(4) (أ) أثبت أن  $(v_n)$  هندسية أساسها  $\frac{1}{3}$  وحدد حدها الأول.

(ب) عبر عن  $v_n$  ثم  $u_n$  بدلالة  $n$  لكل  $n \in \mathbb{N}$

(5) ليكن  $n \in \mathbb{N}^*$  عبر بدلالة  $n$  عن المجموع  $S_n = v_1 + v_2 + \dots + v_{n+1}$

**التمرين 3:** الأسئلة التالية مستقلة.

(1) احسب التعبير التالي بدلالة  $\cos x$  و  $\sin x$  :  $A = \cos(x - \frac{\pi}{4}) + \sin(x + \frac{\pi}{4})$

(2) احسب  $\tan(a+b)$  إذا علمت أن:  $\tan a = \frac{1}{2}$  و  $\tan b = \frac{1}{3}$  واستنتج قيم

العدد  $a+b$

(3) حول المجموع  $B = \sin 5x + \sin 3x$  إلى جداء نسب مثلثية و الجداء

$C = \cos 5x \cos 3x$  إلى مجموع نسب مثلثية

(4) ليكن  $x \in \mathbb{R}$  حيث :  $\tan x = 1 + \sqrt{2}$ . بين أن :  $\tan(2x) = -1$  واستنتج قيم العدد

(5) حل في  $\mathbb{R}$  المعادلة :  $\cos 2x + \sqrt{3} \sin 2x = -\sqrt{2}$

(6) ليكن  $\alpha \in \mathbb{R}$  بحيث :  $\sin \alpha = -\frac{\sqrt{2+\sqrt{2}}}{2}$  و  $\cos \alpha = \frac{\sqrt{2-\sqrt{2}}}{2}$

بين أن  $\sin(2\alpha) = \frac{-\sqrt{2}}{2}$  و  $\cos(2\alpha) = \frac{-\sqrt{2}}{2}$  واستنتج قيم العدد  $\alpha$ .

**فرض محروس رقم 3 - 1 ع. 10**

**التمرين 1:** لتكن  $(u_n)$  و  $(v_n)$  المتتاليتين العدديتين المعرفتين بما يلي:

$$v_n = \frac{5}{u_n} \quad \text{و} \quad u_{n+1} = \frac{5u_n}{3u_n + 5} \quad n \in \mathbb{N} \quad \text{و لكل} \quad u_0 = 1$$

(أ) أثبت أن  $(v_n)$  حسابية أساسها  $r=3$  واحسب حدها الأول  $v_0$

(ب) عبر بدلالة  $n$  عن  $v_n$  واستنتج المجموع التالي بدلالة  $n$  :  $S_n = v_0 + v_1 + \dots + v_n$

**التمرين 2:** نعتبر المتتاليتين العدديتين  $(u_n)$  و  $(v_n)$  المعرفتين بما يلي:

$$v_n = u_n - 2 \quad \text{و} \quad u_{n+1} = \frac{1}{4}u_n + \frac{3}{2} : n \in \mathbb{N}^* \quad \text{و لكل} \quad u_1 = \frac{5}{4}$$

(1) احسب  $u_2$  و  $u_3$  و بين أن المتتالية  $(u_n)$  ليست حسابية وليست هندسية .

(2) برهن بالترجع أن المتتالية  $(u_n)$  مكبورة بالعدد 2

(3) أثبت أن المتتالية  $(u_n)$  تزايدية قطعا واستنتج أن لكل  $n \in \mathbb{N}^* : u_n \geq \frac{5}{4}$ .

(4) (أ) أثبت أن  $(v_n)$  هندسية أساسها  $\frac{1}{4}$  وحدد حدها الأول.

(ب) عبر عن  $v_n$  ثم  $u_n$  بدلالة  $n$  لكل  $n \in \mathbb{N}$

(ج) احسب بدلالة  $n$  المجموع :  $S_n = v_1 + v_2 + \dots + v_n$

**التمرين 3:** الأسئلة التالية مستقلة.

(1) احسب التعبير التالي بدلالة  $\cos x$  و  $\sin x$  :  $A = \sin(x - \frac{\pi}{3}) + \cos(x - \frac{\pi}{3})$

(2) احسب  $\tan(a-b)$  إذا علمت أن:  $\tan a = \frac{2}{3}$  و  $\tan b = 5$  واستنتج قيم العدد  $a-b$

(3) حول المجموع  $B = \cos 2x + \cos 3x$  إلى جداء نسب مثلثية و الجداء:

$C = \sin 3x \cos 2x$  إلى مجموع نسب مثلثية

(4) ليكن  $x \in \mathbb{R}$  حيث:  $\tan x = \sqrt{3} - 2$ . بين أن:  $\tan(2x) = -\frac{\sqrt{3}}{3}$  واستنتج قيم العدد  $x$

(5) حل في  $\mathbb{R}$  المعادلة :  $\sqrt{3} \cos 2x + \sin 2x = -\sqrt{3}$

(6) ليكن  $\alpha$  عددا حقيقيا بحيث :  $\sin \alpha = \frac{\sqrt{2+\sqrt{6}}}{4}$  و  $\cos \alpha = \frac{\sqrt{2-\sqrt{6}}}{4}$

بين أن  $\sin(2\alpha) = \frac{-1}{2}$  و  $\cos(2\alpha) = \frac{-\sqrt{3}}{2}$  واستنتج قيم العدد  $\alpha$ .