Exercice .1 maths-inter.ma التمرين

Ecrire les propositions suivantes en utilisant les quantificateurs et les connecteurs logiques :

1) (P) : « entre deux nombres réels positifs, il existe au moins un nombre rationnel positif.»
2) (Q) : « quel que soit le réel strictement positif réels α, il existe un réel strictement positif réels β, tel que , quel que soit le réel x , si $\left|x-\frac{\pi}{2}\right|<\beta$, alors $|\sin x-1|<\alpha$ »

Exercice .2 maths-inter.ma التمرين

Déterminer, en justifiant la réponse, la valeur de vérité de chacune des propositions suivantes :

1) (P) : " $\sin\left(\frac{17\pi}{2012}\right)=\frac{2013}{2012}$ et $5^2=3^2+4^2$ "
2) (Q) : " $\exists x\in IR\,;\; -x^2+4x-5>0$ "
3) (R) : " $\exists x\in IR^+\,;\; x^3+x^2-3x+1<0$ "
4) (S) : " $(\forall m\in IR)(\exists x\in IR)\,;\; x^2+mx+(m-1)=0$ "

Exercice .3 maths-inter.ma التمرين

Déterminer la négation de chacune des propositions suivantes :

1) (K) : " $1+\sqrt{5}<7\sqrt{7}$ ou $1+2-3=\sqrt{11}$ "
2) (L) : " $2\sqrt{13}-1<11 \Rightarrow \tan\pi=\sqrt{2}-1$ "
3) (M) : " $2\sqrt{111}<19 \Rightarrow (\sin\pi=2$ et $3^{2012}-1\geq 34)$ "
4) (N) : " $(\exists x\in IR)(\forall a\in IR)(\exists y\in IR)\,;\; ay+3x\geq 1$ "

Exercice .4 maths-inter.ma التمرين

1) **Montrer , à l'aide des équivalences succéssives, que la proposition suivant est vraie:**
   (R): $\forall(x,y)\in IR_+^2\;;\; 16x^4+9y^4\geq 24x^2y^2$
2) **Montrer , à l'aide de la contraposée, que la proposition suivant est vraie:**
   (S): $(\forall x\in IR^+)(\forall y\in IR^+)\;;(x\neq y$ et $xy\neq 1)\Rightarrow\left(\frac{\sqrt{x}}{x+1}\neq\frac{\sqrt{y}}{y+1}\right)$

Exercice 5 maths-inter.ma 5 pts التمرين

Soit la suite (U_n) ***définie par*** : $\begin{cases} U_0=4 \\ (\forall n\in IN)\;;\; U_{n+1}=\dfrac{2U_n^2-3}{U_n+2}\end{cases}$

1) ***Montrer par récurrence que :*** $(\forall n\in IN)\;;\; 3<U_n$.
2) ***Etudier la monotonie de la suite*** (U_n).
3) a) **Montrer que :** $(\forall n\in IN)\;;\; U_{n+1}-3>\frac{3}{2}(U_n-3)$
   b) **En déduire que :** $(\forall n\in IN)\;;\; U_n>\left(\frac{3}{2}\right)^n+3$.

Bonne Chance