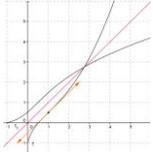


الجزء الأول : نعتبر الدالة  $g$  المعرفة على  $]0, +\infty[$  كما يلي :  $g(x) = x - \ln x$

- (1) بين أن  $g'(x) = \frac{x-1}{x}$  لكل  $x$  من  $]0, +\infty[$  . **0,5pts**
- (2) أنجز جدول تغيرات الدالة  $g$  ثم استنتج أن :  $g(x) \geq 1$  ;  $\forall x \in ]0, +\infty[$  . **0,5pts**
- (3) (a) حل المعادلة  $g(x) = x$  على المجال  $]0, +\infty[$  . **0,5pts**  
 (b) بين أن :  $g(x) < x$  ;  $\forall x \in ]1, +\infty[$  . **0,5pts**  
 (c) استنتج أن  $g(]1, 3]) \subset ]1, 3[$  . **0,5pts**



الجزء الثاني : نعتبر المتتالية  $(U_n)$  المعرفة كما يلي :  $U_0 = 2$   
 $(\forall n \in \mathbb{N}) ; U_{n+1} = g(U_n) = U_n - \ln U_n$

- (1) بين أن :  $1 < U_n < 3$  ;  $(\forall n \in \mathbb{N})$  . **0,5pts**
- (2) بين أن  $(U_n)$  تناقصية . **0,5pts**
- (3) بين أن  $(U_n)$  متقاربة وحدد نهايتها . **0,5pts**
- (4) بين أن :  $U_0 U_1 \dots U_{n-1} = e^{2-U_n}$  ;  $(\forall n \in \mathbb{N}^*)$  . **1pts**

الجزء الثالث : نعتبر الدالة  $f$  المعرفة على  $]0, +\infty[$  بما يلي :  
 $f(x) = x - 1 + \frac{x^2}{2} - x \ln x$   
 $f(0) = -1$

(C) هو المنحنى الممثل للدالة  $f$  في معلم متعامد ممنظم  $(O, \vec{i}, \vec{j})$  حيث  $\|\vec{i}\| = 2\text{cm}$

- (a) بين أن الدالة  $f$  متصلة على اليمين في النقطة 0 . **0,5pts**
- (b) أدرس قابلية اشتقاق الدالة  $f$  على اليمين في النقطة 0 واعط تأويلا هندسيا للنتيجة المحصل عليها . **0,5pts**
- (2) (a) بين أن  $f(x) = x^2 \left( \frac{1}{2} - \frac{\ln x}{x} + \frac{1}{x} - \frac{1}{x^2} \right)$  ;  $\forall x \in ]0, +\infty[$  .  
 (b) أحسب  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$  و  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x)}{x}$  . **0,5pts**  
 (c) استنتج طبيعة الفرع اللانهائي ل (C) بجوار  $+\infty$  . **0,5pts**
- (3) (a) بين أن :  $f'(x) = g(x)$  ;  $\forall x \in ]0, +\infty[$  . **0,5pts**  
 (b) أحسب  $f(1)$  و  $f'(1)$  . **0,5pts**  
 (c) أعط جدول تغيرات الدالة  $f$  على المجال  $]0, +\infty[$  . **0,5pts**
- (4) (a) أدرس تحذب المنحنى (C) وبين أنه يقبل نقطة انعطاف وحيدة  $A(1; \frac{1}{2})$  . **0,5pts**  
 (b) حدد معادلة المماس (T) في نقطة الانعطاف A . **0,5pts**  
 (c) بين أن المعادلة  $f(x) = 0$  تقبل حلا وحيدا  $\alpha$  ينتمي الى المجال  $]0, 1[$  .
- (5) (a) بين أن  $f$  تقبل دالة عكسية  $f^{-1}$  معرفة على مجال J يجب تحديده . **0,5pts**  
 (b) حدد  $(f^{-1})(1/2)$  . **0,5pts**
- (6) نضع لكل  $x$  من  $]0, +\infty[$  :  $\varphi(x) = f(x) - x$   
 (a) بين أن :  $\varphi'(x) \geq 0$  ;  $\forall x \in ]0, +\infty[$  ثم ضع جدول تغيرات  $\varphi$  على  $]0, +\infty[$  . **0,5pts**

(b) بين أن المعادلة  $\varphi(x) = 0$  تقبل حلا وحيدا  $\beta$  ينتمي الى المجال  $[2, 3]$ . (تقبل أن  $\ln 2 > \frac{1}{2}$  وأن  $\ln 3 < \frac{7}{6}$ ).

(c) حدد الوضع النسبي للمنحنى (C) والمستقيم  $y = x$  ( $\Delta$ ). (0,5pts)

(7) أنشئ (C) التمثيل المبياني ل  $f$  و (C') التمثيل المبياني ل  $f^{-1}$  في المعلم  $(O, \vec{i}, \vec{j})$ . (نعتبر  $\alpha = 0,5$  و  $\beta = e$ ) (1pts)

(8) (a) باستعمال مكاملة بالأجزاء بين أن :  $\int_1^{\beta} x \ln x dx = \frac{1+e^2}{4}$  (0,5pts)

(b) أحسب بدلالة  $\beta$  مساحة الحيز المحصور بين (C') و المستقيم  $y = x$  ( $\Delta$ ) والمستقيم (D):  $y = 1$  (0,5pts)

Exercice .2

Maths-inter.ma

التمرين 2.

نعتبر في المستوى المنسوب الى معلم متعامد ممنظم مباشر  $(O, \vec{i}, \vec{j})$ ؛ النقط A و B و C التي أحاقها على التوالي هي :

$$z_A = \sqrt{2}(1+i) \text{ و } z_B = \sqrt{2}(1-i) \text{ و } z_C = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

(1) أكتب الأعداد العقدية  $z_A$  و  $z_B$  و  $z_C$  على الشكل المثلثي ثم الشكل الأسي. (0,75pts)

(2) (a) حدد لحق النقطة E صورة النقطة B بالتحاكي الذي مركزه C ونسبته -3. (0,5pts)

(b) حدد لحق النقطة F صورة النقطة B بالدوران الذي مركزه O وزاويته  $-\frac{\pi}{2}$ . (0,5pts)

(3) أنشئ النقط A و B و C. (0,75pts)

(4) أحسب  $\frac{z_E - z_A}{z_F - z_A}$  و استنتج طبيعة المثلث AFE. (1pts)

Exercice .3

Maths-inter.ma

التمرين 3.

يحتوي صندوق على 3 كرات بنفسجية و 2 كرات رمادية و كرة واحدة بنية لا يمكن التمييز بينها باللمس .

(1) (a) نسحب في آن واحد كرتين من الصندوق أحسب احتمال الأحداث التالية :

A " سحب كرتين من نفس اللون " (0,5pts)

B " سحب كرة بنفسجية على الأقل " (0,5pts)

(b) ليكن X المتغير العشوائي الذي يساوي عدد الكرات الرمادية المتبقية في الصندوق بعد عملية السحب .

أ - حدد قانون احتمال المتغير العشوائي X. (0,5pts)

ب - حدد الأمل الرياضي للمتغير العشوائي X. (0,5pts)

(2) (a) نسحب بالتتابع وبدون إحلال كرتين من الصندوق أحسب احتمال كل من الحدثين التاليين :

E " الحصول على كرة رمادية بالضبط " (0,5pts)

F " الكرة الأولى المسحوبة بنية " (0,5pts)

(b) أحسب احتمال الحصول على كرة رمادية بالضبط ، علما أن الكرة الأولى المسحوبة بنية .

(b) هل الحدثين مستقلان ؟ (0,5pts)

Bonne Chance