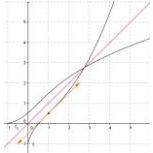


الجزء الأول : نعتبر الدالة g المعرفة على $]0, +\infty[$ كما يلي : $g(x) = x - \ln x$

- (1) بين أن $g'(x) = \frac{x-1}{x}$ لكل x من $]0, +\infty[$. **0,5pts**
- (2) أنجز جدول تغيرات الدالة g ثم استنتج أن : $g(x) \geq 1$; $\forall x \in]0, +\infty[$. **0,5pts**
- (3) (a) حل المعادلة $g(x) = x$ على المجال $]0, +\infty[$. **0,5pts**
 (b) بين أن : $g(x) < x$; $\forall x \in]1, +\infty[$. **0,5pts**
 (c) استنتج أن $g(]1, 3[) \subset]1, 3[$. **0,5pts**



الجزء الثاني : نعتبر المتتالية (U_n) المعرفة كما يلي : $U_0 = 2$
 $(\forall n \in \mathbb{N}) ; U_{n+1} = g(U_n) = U_n - \ln U_n$

- (1) بين أن : $1 < U_n < 3$; $(\forall n \in \mathbb{N})$. **0,5pts**
- (2) بين أن (U_n) تناقصية . **0,5pts**
- (3) بين أن (U_n) متقاربة وحدد نهايتها . **0,5pts**
- (4) بين أن : $U_0 U_1 \dots U_{n-1} = e^{2-U_n}$; $(\forall n \in \mathbb{N}^*)$. **1pts**

الجزء الثالث : نعتبر الدالة f المعرفة على $]0, +\infty[$ بما يلي :
 $f(x) = x - 1 + \frac{x^2}{2} - x \ln x$
 $f(0) = -1$

(C) هو المنحنى الممثل للدالة f في معلم متعامد ممنظم (O, \vec{i}, \vec{j}) حيث $\|\vec{i}\| = 2\text{cm}$

- (1) (a) بين أن الدالة f متصلة على اليمين في النقطة 0 . **0,5pts**
 (b) أدرس قابلية اشتقاق الدالة f على اليمين في النقطة 0 واعط تأويلا هندسيا للنتيجة المحصل عليها . **0,5pts**
- (2) (a) بين أن $f(x) = x^2 \left(\frac{1}{2} - \frac{\ln x}{x} + \frac{1}{x} - \frac{1}{x^2} \right)$; $\forall x \in]0, +\infty[$.
 (b) أحسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x)}{x}$. **0,5pts**
 (c) استنتج طبيعة الفرع اللانهائي ل (C) بجوار $+\infty$. **0,5pts**
- (3) (a) بين أن : $f'(x) = g(x)$; $\forall x \in]0, +\infty[$. **0,5pts**
 (b) أحسب $f(1)$ و $f'(1)$. **0,5pts**
 (c) أعط جدول تغيرات الدالة f على المجال $]0, +\infty[$. **0,5pts**
- (4) (a) أدرس تحذب المنحنى (C) وبين أنه يقبل نقطة انعطاف وحيدة $A(1; \frac{1}{2})$. **0,5pts**
 (b) حدد معادلة المماس (T) في نقطة الانعطاف A . **0,5pts**
 (c) بين أن المعادلة $f(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا α ينتمي الى المجال $]0, 1[$.
- (5) (a) بين أن f تقبل دالة عكسية f^{-1} معرفة على مجال J يجب تحديده . **0,5pts**
 (b) حدد $(f^{-1})(1/2)$. **0,5pts**
- (6) نضع لكل x من $]0, +\infty[$: $\varphi(x) = f(x) - x$
 (a) بين أن : $\varphi'(x) \geq 0$; $\forall x \in]0, +\infty[$ ثم ضع جدول تغيرات φ على $]0, +\infty[$. **0,5pts**

(b) بين أن المعادلة $\varphi(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا β ينتمي الى المجال $[2, 3]$. (نقبل أن $\ln 2 > \frac{1}{2}$ وأن $\ln 3 < \frac{7}{6}$).

(c) حدد الوضع النسبي للمنحنى (C) والمستقيم $y = x$ (Δ). (0,5pts)

(7) أنشئ (C) التمثيل المبياني ل f و (C') التمثيل المبياني ل f^{-1} في المعلم (O, \vec{i}, \vec{j}) . (نعتبر $\alpha = 0,5$ و $\beta = e$) (1pts)

(8) (a) باستعمال مكاملة بالأجزاء بين أن : $\int_1^{\beta} x \ln x dx = \frac{1+e^2}{4}$ (0,5pts)

(b) أحسب بدلالة β مساحة الحيز المحصور بين (C') و المستقيم $y = x$ (Δ) والمستقيم (D): $y = 1$ (0,5pts)

Exercice .2

Maths-inter.ma

التمرين 2.

نعتبر في المستوى المنسوب الى معلم متعامد ممنظم مباشر (O, \vec{i}, \vec{j}) ؛ النقط A و B و C التي أحاقها على التوالي هي :

$$z_A = \sqrt{2}(1+i) \text{ و } z_B = \sqrt{2}(1-i) \text{ و } z_C = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

(1) أكتب الأعداد العقدية z_A و z_B و z_C على الشكل المثلثي ثم الشكل الأسّي. (0,75pts)

(2) (a) حدد لحق النقطة E صورة النقطة B بالتحاكي الذي مركزه C ونسبته -3. (0,5pts)

(b) حدد لحق النقطة F صورة النقطة B بالدوران الذي مركزه O وزاويته $-\frac{\pi}{2}$. (0,5pts)

(3) أنشئ النقط A و B و C. (0,75pts)

(4) أحسب $\frac{z_E - z_A}{z_F - z_A}$ و استنتج طبيعة المثلث AFE. (1pts)

Exercice .3

Maths-inter.ma

التمرين 3.

يحتوي صندوق على 3 كرات بنفسجية و 2 كرات رمادية و كرة واحدة بنية لا يمكن التمييز بينها باللمس .

(1) (a) نسحب في آن واحد كرتين من الصندوق أحسب احتمال الأحداث التالية :

A " سحب كرتين من نفس اللون " (0,5pts)

B " سحب كرة بنفسجية على الأقل " (0,5pts)

(b) ليكن X المتغير العشوائي الذي يساوي عدد الكرات الرمادية المتبقية في الصندوق بعد عملية السحب .

أ - حدد قانون احتمال المتغير العشوائي X. (0,5pts)

ب - حدد الأمل الرياضي للمتغير العشوائي X. (0,5pts)

(2) (a) نسحب بالتتابع وبدون إحلال كرتين من الصندوق أحسب احتمال كل من الحدثين التاليين :

E " الحصول على كرة رمادية بالضبط " (0,5pts)

F " الكرة الأولى المسحوبة بنية " (0,5pts)

(b) أحسب احتمال الحصول على كرة رمادية بالضبط ، علما أن الكرة الأولى المسحوبة بنية .

(b) هل الحدثين مستقلان ؟ (0,5pts)

Bonne Chance