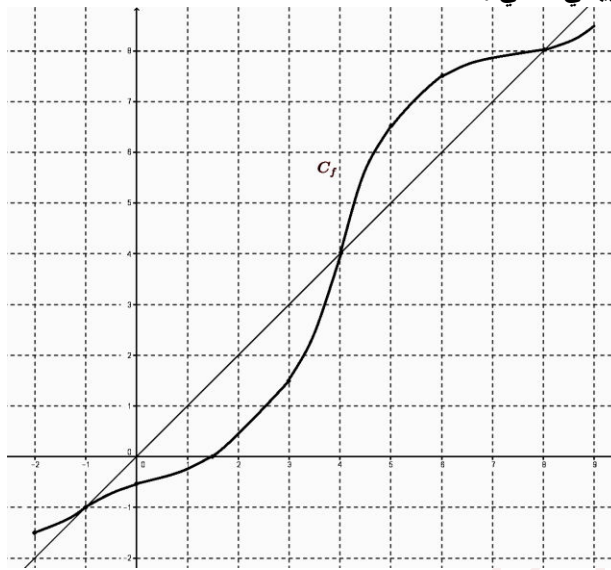


Exercice .1

maths-inter.ma

1. التمرين

نعتبر دالة f المعرفة بواسطة تمثيلها المبياني التالي :(a) حدد مباشرة من المبيان D_f مجموعة تعريف الدالة f .0,5 pts(b) حدد مباشرة من المبيان : $f(-2)$ و $f(5)$ و $f(9)$.0,75 pts(a) أنجز جدول تغيرات الدالة f .0,5 pts(b) بين أن $f([-2, 4]) \subset [-2, 4]$ وأن $f([4, 9]) \subset [4, 9]$.0,5 pts(a) حدد مبررا جوابك حلول المعادلة $f(x) = x$.0,75 pts(b) حدد مبررا جوابك جدول إشارات $f(x) - x$ على المجال $[-1, 4]$ ثم على المجال $[4, 8]$.0,5 pts(4) نعتبر المتتالية (U_n) بحيث : $U_0 = 3$; $U_{n+1} = f(U_n)$ (a) أحسب U_1, U_2, U_3 .0,75 pts(b) بين بواسطة التراجع أن : $-1 \leq U_n \leq 4$; $(\forall n \in \mathbb{N})$.0,75 pts(c) أدرس رتبة المتتالية (U_n) .0,75 pts(d) بين أن المتتالية (U_n) متقاربة .0,25 pts(e) أثبت أن $\lim_{n \rightarrow +\infty} U_n$ مخالف لكل من العددين 4 و 8 .0,5 pts(f) حدد معللا جوابك $\lim_{n \rightarrow +\infty} U_n$.0,5 pts(5) نعتبر المتتالية (V_n) بحيث : $V_0 = 5$; $V_{n+1} = f(V_n)$ (a) أحسب V_1 .0,25 pts(b) بين بواسطة التراجع أن : $4 \leq V_n \leq 8$; $(\forall n \in \mathbb{N})$.0,75 pts(c) أدرس رتبة المتتالية (V_n) .0,75 pts(d) بين أن المتتالية (V_n) متقاربة .0,25 pts(e) أثبت أن $\lim_{n \rightarrow +\infty} V_n$ مخالف لكل من العددين 4 و -1 .0,5 pts(f) حدد معللا جوابك $\lim_{n \rightarrow +\infty} V_n$.0,5 pts

نعتبر الدالة f المعرفة على $I = [-1, 2]$ كما يلي : $f(x) = \frac{3x+2}{x+2}$

لتكن (U_n) المتتالية المعرفة كما يلي : $U_0 = 0$; $U_{n+1} = f(U_n)$

(1) (a) أحسب $f'(x)$ واستنتج جدول تغيرات الدالة f على المجال I . 1 pts

(b) استنتج أن $f([-1, 2]) = [-1, 2]$. 0,5 pts

(2) (a) بين أن : $f(x) - x = \frac{(x+1)(2-x)}{x+2}$; $(\forall x \in [-1, 2])$ 0,5 pts

(b) بين أن المعادلة $f(x) = x$ تقبل حلين على المجال $[-1, 2]$ وحددهما. 0,5 pts

(c) بين أن : $x \leq f(x)$; $(\forall x \in [-1, 2])$. 0,5 pts

(3) (a) أحسب U_1, U_2 . 0,5 pts

(b) بين بواسطة التراجع أن : $-1 \leq U_n \leq 2$; $(\forall n \in \mathbb{N})$. 1 pts

(c) أدرس رتبة المتتالية (U_n) . 0,75 pts

(d) بين أن المتتالية (U_n) متقاربة. 0,25 pts

(e) أثبت أن $\lim_{n \rightarrow +\infty} U_n$ مخالف للعديدين -1 . 0,5 pts

(f) حدد معللا جوابك $\lim_{n \rightarrow +\infty} U_n$. 0,5 pts

(4) نعتبر المتتالية (V_n) بحيث : $V_n = \frac{U_n - 2}{U_n + 1}$

(a) بين أن (V_n) متتالية هندسية أساسها $q = \frac{1}{4}$. 1 pts

(b) أكتب V_n بدلالة n . 0,25 pts

(c) استنتج U_n بدلالة n . 0,5 pts

(d) أحسب $\lim_{n \rightarrow +\infty} U_n$ مرة ثانية. 0,25 pts

(5) نضع : $S_n = \sum_{k=0}^{n-1} V_k$ و $S'_n = \sum_{k=0}^{n-1} \frac{3}{1+U_k}$

(a) أحسب S_n بدلالة n . 0,5 pts

(b) تحقق أن $\frac{3}{1+U_n} = 1 - V_n$; $(\forall n \in \mathbb{N})$. 0,25 pts

(c) استنتج S'_n بدلالة n . 0,75 pts