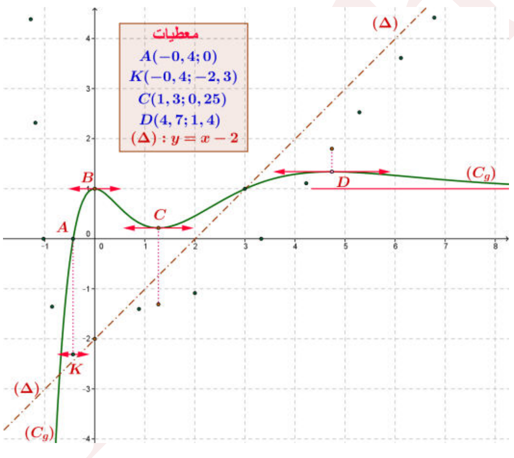
Exercice .1 maths-inter.ma 1. التمرين

تمثل الوثيقة أسفله :

- ✓ تمثيلا مبيانيا لدالة عددية g للمتغير الحقيقي x معرفة وقابلة للإشتقاق على IR .
- ✓ مستقيم (Δ) .
- ✓ عددا من النقط والمعطيات .

يتم الاعتماد على هذه الوثيقة للإجابة عن الأسئلة التي تتطلب معطيات مبيانية .
كما يستعمل لإنشاءات مبيانية أخرى مطلوبة في التمرين .
تعاد الوثيقة مع ورقة التحرير .



ملاحظة هامة : تقدم الأجوبة على ورقة التحرير بما ينبغي من الدقة والوضوح مع تقديم التبرير الملائم إذا كان مطلوبا.

الجزء الأول :

باعتمادك على الوثيقة أعلاه أجب عن الأسئلة التالية:

1) a) حدد : $\lim\limits_{x\to-\infty} g(x)$. 0,25pts

b) حدد معللا جوابك : $\lim\limits_{x\to-\infty} \frac{g(x)}{x}$. 0,25pts 0,25pts

c) حدد معللا جوابك : $\lim\limits_{x\to+\infty} g(x)$. 0,25pts 0,25pts

2) أنقل الجدول التالي على ورقة تحريرك ثم أتممه : 0,5pts

x	- 0,4	0	1,3	3	4,7
$g(x)$					
$g'(x)$					

3) a) جدول تغيرات الدالة g (مع النهايات عند المحدات). 1pts

b) استنتج جدول إشارات $g'(x)$ حيث g' هي الدالة المشتقة للدالة g . 0,25pts

4) حدد جدول إشارات $g(x)$ على IR . 0,25pts

الجزء الثاني :

علما أن صيغة الدالة السابقة (الجزء الأول) g هي: $g(x)=1+(x^3-3x^2)e^{-x}$ ، لكل x من IR.

أجب عن الأسئلة التالية باستعمال صيغة $g(x)$.

1) حدد معللا جوابك : $\lim\limits_{x\to-\infty} g(x)$. 0,25pts

2) حدد معللا جوابك : $\lim\limits_{x\to-\infty} \frac{g(x)}{x}$. 0,25pts

3) a) تحقق أن $g(x)=1-(-x)^3e^{-x}-3(-x)^2e^{-x}$. 1pts

b) استنتج $\lim\limits_{x\to+\infty} g(x)$. (نقبل أن $\lim\limits_{x\to-\infty} t^n e^t=0$ لكل n من IN) 0,5pts . 0,5pts

الجزء الثالث :

نعتبر الدالة f المعرفة على IR بحيث: $f(x)=x-2-x^3e^{-x}$

1) a) حدد معللا جوابك : $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$. (يمكن أن تكتب: $f(x)=x(1-x^2e^{-x})-2$) 0,5pts

b) حدد معللا جوابك : $\lim\limits_{x\to-\infty} \frac{f(x)}{x}$. 0,25pts

2) a) بين أن : $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=+\infty$. (نقبل أن $\lim\limits_{x\to-\infty} t^n e^t=0$ لكل n من IN) 0,25pts

b) بين أن المستقيم (Δ) الذي معادلته $y=x-2$ مقارب مائل للمنحنى (C_f) بجوار $+\infty$. 0,25pts

c) أدرس الوضع النسبي للمنحنى (C_f) و المستقيم (Δ). 0,25pts

3) a) بين أن : $f'(x)=g(x)$. 0,25pts

b) استنتج تغيرات الدالة f. (نعتبر: $f(-0,4)=-2,3$) 0,5pts

4) a) أنجز جدول التحذب والتقعر للمنحنى (C_f) وبين أنه يقبل ثلاث نقط انعطاف محددا أفاصيلها. 0,5pts

b) بين أن المستقيم (Δ) السابق هو نفسه المماس للمنحنى (C_f) في النقطة ذات الأفصول 0 . 0,25pts

5) أنشىء المنحنى (C_f) على الوثيقة أعلاه مع المنحنى (C_g) علما أن المنحنى (C_f) يمر من جميع النقط المستقلة التي تتضمنها الوثيقة عليك معرفتها وتوظيفها لإنشاء المنحنى (C_f) . 0,25pts

6) نضع: $I_0=\int_0^1 e^{-x}dx$ و $I_n=\int_0^1 x^n e^{-x}dx$ لكل $n\in\mathbb{N}^*$

a) أحسب I_0 و I_1. 0,25pts 0,25pts

b) بين أن $I_{n+1}=-\frac{1}{e}+(n+1)I_n$ 0,25pts

c) استنتج I_2 و I_3. 0,25pts 0,25pts

7) لتكن S مساحة الحيز المحصور بين المنحنيين (C_g) و (C_f) والمستقيمين $(D_0): x=0$ و $(D_1): x=1$.

a) بين أن $g(x)-f(x)=-x+3+(2x^3-3x^2)e^{-x}$. 0,25pts

b) استنتج أن $S=\frac{5}{2}+2I_3-3I_2$. 0,25pts

c) أحسب S. 0,25pts

8) a) تحقق أن: $nI_n=I_{n+1}-I_n+\frac{1}{e}$. 0,5pts

c) استنتج أن : $I_1+2I_2+3I_2+...+nI_n=I_{n+1}-1+\frac{n+2}{e}$. 0,25pts

Exercice .2 — maths-inter.ma — التمرين 2.

1) حل في مجموعة الأعداد العقدية المعادلة التالية : $(E):\ z^2-2z+3=0$ 1pts

2) استنتج الحل العام للمعادلة التفاضلية : $(1):\quad y''-2y'+3y=0$ 1pts

3) نعتبر النقط $A(a)$ و $B(b)$ و $C(c)$ بحيث: $a=1+\sqrt{6}$ و $b=1-i\sqrt{2}$ و $c=1+i\sqrt{2}$.

a) بين أن : $\frac{b-a}{c-a}=\frac{1}{2}+i\frac{\sqrt{3}}{2}$. 1pts

b) بين أن المثلث ABC متساوي الأضلاع. 1pts

Exercice .3 — maths-inter.ma — التمرين 3.

نعتبر المتتالية (U_n) المعرفة كما يلي : $\begin{cases} U_0=1 \\ U_{n+1}=\frac{1}{3}U_n+\frac{2}{3^{n+1}} \end{cases}$

ونعتبر المتتاليتان (V_n) و (W_n) بحيث مهما يكن $n\in\mathbb{N}$:

$V_n=3^nU_n$ و $W_n=e^{V_n}$

1) a) أحسب V_0. 0,25pts

b) بين أن (V_n) متتالية حسابية محددا أساسها . 0,5pts

c) بين أن $V_n=2n+1$ بدلالة n . 0,5pts

2) a) أحسب W_0 . 0,25pts

b) بين أن (W_n) متتالية هندسية محددا أساسها . 0,5pts

c) أحسب W_n بدلالة n . 0,5pts

3) a) أحسب U_n بدلالة n. 0,5pts

b) بين بالترجع أن: $2^n\geq 1+2n\ ;\ (\forall n\geq 3)$. 0,75pts

c) استنتج أن: $0<u_n<\left(\frac{2}{3}\right)^n\ ;\ (\forall n\geq 3)$. 0,75pts

d) حدد $\lim U_n$. 0,5pts

Bonne Chance