Exercice .1 Devoir surveillé : N° 2B - S2 / 2014 - 2015 .1 التمرين:

يحتوي الصندوق U_1 على 3 كرات بيضاء و 2 كرات سوداء و يحتوي الصندوق U_2 على 2 كرات بيضاء و 3 كرات سوداء .

نتوفر على قطعة نقدية مغشوشة بحيث $p(F)=\frac{2}{5}$ و $p(P)=\frac{3}{5}$.

نعتبر التجربة التالية :

نرمي القطعة النقدية في الهواء ، إذا حصلنا على F نسحب في آن واحد كرتين من الصندوق U_1 ، وإذا حصلنا على P نسحب في آن واحد كرتين من الصندوق U_2.

نعتبر المتغير العشوائي X المرتبط بعدد الكرات السوداء التي تحتوي عليها السحبة .

1) حدد القيم الممكنة للمتغير العشوائي .

2) a) أحسب $p_F(x=0)$ و $p_F(x=1)$ و $p_F(x=2)$.

b) أحسب $p_P(x=0)$ و $p_P(x=1)$ و $p_P(x=2)$.

c) أنشئ شجرة الاختيارات .

3) a) أحسب احتمال الحدث $p\ (x=0)$.

b) أحسب احتمال الحدث $p\ (x=1)$.

4) a) حدد قانون احتمال X.

b) احسب الأمل الرياضي $E(X)$.

c) حدد المغايرة $Var(X)$.

5) أحسب احتمال الحدث :

A " الكرات المسحوبة لها نفس اللون "

6) a) علما أن الكرات المسحوبة لها نفس اللون ، أحسب احتمال أن تكون قد سحبت من الصندوق U_1.

b) علما أن الكرات المسحوبة تحتوي على كرة سوداء بالضبط ، أحسب احتمال أن تكون قد سحبت من الصندوق U_2.

7) زينب تلميذة في الثانية بكالوريا يغمرها السرور كلما تحقق الحدث A .

مارست زينب التجربة السابقة خمس مرات ، مع إرجاع الكرات الى مكانها الأصلي بعد كل إعادة .

a) ما هو احتمال أن يغمر السرور زينب، ثلاث مرات بالضبط .

b) ما هو احتمال أن يغمر السرور زينب، مرتين على الأكثر.

Exercice .2 Devoir surveillé : N° 2B - S2 / 2014 - 2015 .2 التمرين:

نعتبر في الفضاء المنسوب الى معلم متعامد ممنظم مباشر $(O,\vec{i},\vec{j},\vec{k})$ ، النقطتين $A(0;2;2)$ و $B(1;2;-1)$.

نعتبر الفلكة (S) التي معادلتها الديكارتية : $(S):\quad x^2+y^2+z^2-4y-4z-1=0$

والمستوى (P) الذي معادلته: $2x+y-z+6=0$.

1) a) أوجد تمثيلا بارمتريا للمستقيم (Δ) المار من A والعمودي على (P).

b) حدد مثلوت إحداثيات I نقطة تقاطع (Δ) و (P).

c) حدد d المسافة بين A والمستوى (P)

2) a) حدد Ω مركز الفلكة (S) وشعاعها R .

b) بين أن المستوى (P) يقطع الفلكة (S) وفق دائرة (C) يتم تحديد مركزها وشعاعها.

3) ليكن (Q) المستوى المار من النقطة B والموجه بالمتجهتين المتجهتين $\vec{u}(4;1;0)$ و $\vec{v}(2;1;-1)$.

a) حدد متجهة موجهة للمستقيم (D) تقاطع المستويين (P) و (Q).

تحقق أن النقطة $K(-\frac{7}{3};0;\frac{4}{3})$ تنتمي الى كل من المستويين (P) و (Q) استنتج تمثيلا بارمتريا للمستقيم (D).

الجزء الأول : نعتبر الدالة g المعرفة على $[1,+\infty[$ كما يلي :
$$\begin{cases} g(x)=2x-(x-1)\ln(x-1) & ; \quad x>1 \\ g(1)=2 \end{cases}$$

1) a) أحسب وحدد إشارة كل عدد من الأعداد التالية : $g(2)$ ، $g(e+1)$ ، $g(e^2+1)$ ، $g(e^3+1)$.
b) بين أن g متصلة على يمين 1 .
c) أدرس قابلية اشتقاق الدالة g على يمين 1 واعط تأويلا هندسيا للنتيجة المحصل عليها.
d) بين أن $\lim\limits_{x\to+\infty} g(x)=-\infty$ وادرس الفرع اللآنهائي لمنحنى الدالة g بجوار $+\infty$.

2) a) بين أن $g'(x)=1-\ln(x-1) \quad ; \quad \forall x\in]1,+\infty[$.
b) أدرس إشارة $g'(x)$ على المجال $]1,+\infty[$ ثم أستنتج تغيرات الدالة g.

3) a) بين أن المعادلة $g(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α بحيث : $e^2+1<\alpha<e^3+1$.
b) استنتج مما سبق ، جدول إشارات $g(x)$ على $]1,+\infty[$.
أنشىء منحنى الدالة g في معلم متعامد ممنظم . (نقبل أن $\alpha\approx 10{,}2$)

الجزء الثاني : نعتبر الدالة h المعرفة على $]1,+\infty[$ كما يلي : $h(x)=\dfrac{\ln(x^2-1)}{x}$

1) a) أحسب : $\lim\limits_{x\to1^+} h(x)$ وبين أن $\lim\limits_{x\to+\infty} h(x)=0$.
b) أحسب $h'(x)$ وبين أن بين أن : $h'(x)=\dfrac{g(x^2)}{x^2(x^2-1)} \quad ; \quad \forall x\in]1,+\infty[$.
c) بين أن h تزايدية على المجال $]1,\sqrt{\alpha}[$ و أن h تناقصية على المجال $]\sqrt{\alpha},+\infty[$.

الجزء الثالث : نعتبر الدالة f المعرفة على $]0,+\infty[$ بما يلي : $f(x)=h(e^x)$.
(C) هو المنحنى الممثل للدالة f في معلم متعامد ممنظم $(O,\vec{i},\vec{j})$ حيث $\|\vec{i}\|=2cm$.

1) أحسب النهايات : $\lim\limits_{x\to0^+} f(x)$ و $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$.
2) a) بين أن f تزايدية على المجال $]0,\ln(\sqrt{\alpha})[$ و أن f تناقصية على المجال $]\ln(\sqrt{\alpha}),+\infty[$.
b) ضع جدول تغيرات الدالة f .
3) a) بين أن f تقبل قيمة قصوية من أجل $x_0=\ln(\sqrt{\alpha})$.
b) بين أن : $f(x)\leq\dfrac{2\sqrt{\alpha}}{\alpha-1} \quad ; \quad \forall x\in]0,+\infty[$.
4) أنشىء المنحنى (C_f) في المعلم $(O\,;\vec{i}\,;\vec{j})$; نقبل أن $\alpha\approx10{,}2$ و $\ln(\sqrt{\alpha})\approx1{,}2 \quad ; \quad f(\ln(\sqrt{\alpha}))\approx0{,}7$
5) a) تحقق أن : $f(x)=-f'(x)+\dfrac{e^x}{e^x-1}-\dfrac{e^x}{e^x+1} \quad ; \quad \forall x\in]0,+\infty[$.
b) استنتج قيمة التكامل $\displaystyle\int_{\ln2}^{\ln3} f(x)dx$.
c) استنتج مساحة الحيز المحصور بين (C_f) والمستقيمات $(y=0)$ و $(x=\ln2)$ و $(x=\ln3)$
d) بين أن القيمة المتوسطة للدالة f على المجال $[\ln2,\ln3]$ هي العدد $m=\dfrac{1}{\ln(3/2)}$.

Bonne Chance