

التمرين الأول : (10 ن)

الجزء الأول : نعتبر الدالة  $h$  المعرفة على  $\mathbb{R}$  كما يلي :  $h(x) = 1 - xe^x$

(1) أ حسب :  $h(1)$  ،  $h(0)$  ،  $h(-1)$  : (0,25pts 0,25pts 0,25pts)

(b) تحقق أن :  $h(\ln 2) = 1 - 2\ln 2$  ،  $h\left(\frac{1}{2}\right) = 1 - \frac{1}{2}\sqrt{e}$  : (0,25pts 0,25pts)

(c) علما أن  $e < 4$  ، أدرس إشارة كل من العددين  $h(\ln 2)$  و  $h\left(\frac{1}{2}\right)$  : (0,25pts 0,25pts)

(2) أ حسب :  $\lim_{x \rightarrow +\infty} h(x)$  و  $\lim_{x \rightarrow -\infty} h(x)$  : (0,25pts 0,25pts)

(b) أدرس الفروع اللانهائية للمنحنى  $(C_h)$  : (0,25pts 0,25pts)

(c) أدرس الوضع النسبي للمنحنى  $(C_h)$  والمستقيم  $(D) : y = 1$  : (0,25pts)

(3) (a) بين أن :  $\forall x \in \mathbb{R} ; h'(x) = -(x+1)e^x$  : (0,25pts)

(b) أستنتج جدول تغيرات الدالة  $h$  على  $\mathbb{R}$  : (0,25pts)

(4) (a) بين أن المعادلة  $h(x) = 0$  تقبل حلا وحيدا  $\alpha$  بحيث  $\frac{1}{2} < \alpha < \ln 2$  : (0,25pts)

(b) استنتج جدول إشارات  $h(x)$  : (0,25pts)

(5) (a) بين أن  $e^\alpha = \frac{1}{\alpha}$  وأن  $\ln \alpha = -\alpha$  و استنتج أن  $h'(\alpha) = -\frac{\alpha+1}{\alpha}$  : (0,25pts 0,25pts 0,25pts)

(b) أ حسب  $h'(0)$  ، ثم حدد معادلة المماس  $(T)$  للمنحنى  $(C_h)$  في النقطة ذات الإحداثيات  $(0, 0)$  : (0,25pts)

(6) أنشئ  $(T)$  و  $(C_h)$  في معلم متعامد ممنظم  $(O ; \vec{i} ; \vec{j})$  . (نعتبر أن  $\alpha \approx 0,6$ ) : (0,25pts 0,25pts)

(7) ليكن  $t$  عدد حقيقي سالب .

(a) باستخدام الكاملة بالأجزاء ، بين أن :  $\int_t^0 xe^x dx = (1-t)e^t - 1$  : (0,25pts)

(b) استنتج بدلالة  $t$  المساحة  $A(t)$  للحيز المحصور بين المنحنى  $(C_h)$  والمستقيمين  $(D) : y = 1$  و  $(\Delta) : x = t$  : (0,25pts)

(c) أ حسب  $\lim_{t \rightarrow -\infty} A(t)$  : (0,25pts)

الجزء الثاني : نعتبر الدالة  $f$  المعرفة على  $]0, +\infty[$  كما يلي :  $f(x) = \ln x - e^x + 4$

(1) (a) أ حسب :  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$  و  $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x)$  : (0,25pts 0,25pts)

(b) أدرس الفروع اللانهائية للمنحنى  $(C_f)$  : (0,25pts 0,25pts)

(c) أثبت أن  $f(\alpha) = -\frac{\alpha^2 - 4\alpha + 1}{\alpha}$  : (0,25pts)

(2) (a) بين أن :  $\forall x \in ]0, +\infty[ ; f'(x) = \frac{h(x)}{x}$  : (0,25pts)

(b) استنتج جدول تغيرات الدالة  $f$  على  $]0, +\infty[$  : (0,25pts)

(8) أنشئ  $(C_f)$  في المعلم السابق  $(O ; \vec{i} ; \vec{j})$  . (نعتبر أن  $\alpha \approx 0,6$  وأن  $f(\alpha) \approx 1,7$ ) : (0,5pts)

(9) (a) بين أن الدالة  $G$  بحيث  $G(x) = x \ln x - x$  هي دالة أصلية للدالة  $g$  بحيث  $g(x) = \ln x$  : (0,25pts)

(b) بين أن  $\int_\alpha^1 \ln x dx = \alpha^2 + \alpha - 1$  ، ثم أن  $\int_\alpha^1 e^x dx = e - \frac{1}{\alpha}$  : (0,25pts 0,25pts)

(10) لتكن  $S$  مساحة الحيز المحصور بين المنحنى  $(C_f)$  ومحور الأضلاع والمستقيمين  $(\Delta_1) : x = \alpha$  و  $(\Delta_2) : x = 1$  .

بين أن :  $S = \frac{1}{\alpha} + \alpha^2 - 3\alpha + 3 - e$  ثم حدد قيمة مقربة للعدد  $S$  : (0,25pts 0,25pts)

## التمرين الثاني : (5 ن)

<p>(2) استنتج من الأسئلة السابقة قيمة كل من:</p> <p>0,25pts 0,25pts . <math>\sin \frac{\pi}{12}</math> و <math>\cos \frac{\pi}{12}</math></p> <p>(3) أنشئ النقطتين A و B في المعلم <math>(O, \vec{u}, \vec{v})</math> بالاعتماد على الشكل الآسي للعددين a و b . 0,5pts 0,5pts</p> <p>(4) نعتبر الإزاحة T التي تحول A الى B .</p> <p>(a) تحقق أن : <math>b - a = (\sqrt{2} - 1) + i(\sqrt{3} - \sqrt{2})</math> . 0,5pts</p> <p>(b) حدد الصيغة العقدية للإزاحة T . 0,5pts</p> <p>(c) حدد لحق C صورة النقطة O بالإزاحة T . 0,5pts</p> <p>(d) استنتج طبيعة الرباعي OABC . 0,75pts</p>	<p>(1) نعتبر في المستوى العقدي المنسوب الى معلم متعامد ممنظم مباشر <math>(O, \vec{u}, \vec{v})</math> ؛ النقطتين A و B التي لحقهما على التوالي هما : <math>a = \sqrt{2}(-1+i)</math> و <math>b = -1+i\sqrt{3}</math> .</p> <p>(a) بين أن : <math>\frac{a}{b} = \frac{\sqrt{2}(\sqrt{3}+1)}{4} + i \frac{\sqrt{2}(\sqrt{3}-1)}{4}</math> . 0,25pts</p> <p>(b) أكتب كل من a و b على الشكل الآسي . 0,25pts 0,25pts</p> <p>(c) تحقق أن : <math>\frac{3\pi}{4} - \frac{2\pi}{3} = \frac{\pi}{12}</math> . 0,25pts</p> <p>واستنتج أن : <math>\frac{a}{b} = e^{i\frac{\pi}{12}}</math> . 0,25pts</p>
------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------	-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------

## التمرين الثالث : (5 ن)

<p>(2) نضع : <math>V_n = U_1 + U_2 + \dots + U_n</math> .</p> <p>(a) بين أن : <math>V_n = \ln(n+1)</math> . 0,75pts</p> <p>(b) استنتج <math>\lim_{n \rightarrow +\infty} V_n</math> . 0,75pts</p> <p>(3) نضع : <math>W_n = U_n + U_{n+1} + \dots + U_{2n}</math> .</p> <p>(a) بين أن : <math>W_n = \ln\left(\frac{2n+1}{n}\right)</math> . 0,75pts</p> <p>(b) استنتج <math>\lim_{n \rightarrow +\infty} W_n</math> . 0,75pts</p>	<p>نعتبر المتتالية <math>(U_n)</math> المعرفة كما يلي :</p> <p><math>(\forall n \in \mathbb{N}^*) ; U_n = \ln \frac{n+1}{n}</math></p> <p>(1) (a) بين أن : <math>0 &lt; \frac{n^2 + 2n}{n^2 + 2n + 1} &lt; 1</math> ; <math>(\forall n \in \mathbb{N}^*)</math> . 0,5pts</p> <p>(b) بين أن : <math>U_{n+1} - U_n = \ln\left(\frac{n^2 + 2n}{n^2 + 2n + 1}\right)</math> . 0,75pts</p> <p>(c) استنتج رتبة المتتالية <math>(U_n)</math> . 0,75pts</p>
----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------	-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------