التمرين 1. — maths-inter.ma — Exercice .1

1) حل في مجموعة الأعداد العقدية $\mathbb{C}$ المعادلة التالية :

$$z^2-6z+10=0$$ 1 pts

2) نعتبر في المستوى العقدي المنسوب الى معلم متعامد ممنظم مباشر $(O,\vec{e_1},\vec{e_2})$ ؛ النقط A و B و C التي ألحاقها على التوالي هي : $a=3-i$ و $b=3+i$ و $c=7-3i$.

ليكن z لحق نقطة M من المستوى و z' لحق نقطة M' صورة M بالدوران R الذي مركزه A وزاويته $\frac{\pi}{2}$.

a) بين أن : $z'=iz+2-4i$. 0,5 pts

b) تحقق من أن لحق النقطة C' صورة النقطة C بالدوران R هو $c'=5+3i$. 0,25 pts

c) بين أن: $\frac{c'-b}{c-b}=\frac{1}{2}i$ ثم استنتج أن المثلث BCC' قائم الزاوية في B وأن $BC=2BC'$. 1,25 pts

التمرين 2. — maths-inter.ma — Exercice .2

نعتبر المتتالية (U_n) المعرفة كما يلي :

$$\begin{cases} U_0=2 \\ (\forall n\in IN)\ ;\ U_{n+1}=\dfrac{3U_n-1}{2U_n} \end{cases}$$

1) بين أن: $U_n>1$ لكل n من IN. 0,75pts

2) نعتبر المتتالية (V_n) بحيث مهما يكن n من IN :

$$V_n=\frac{U_n-1}{2U_n-1} .$$

a) بين أن المتتالية (V_n) هندسية أساسها $\frac{1}{2}$

واستنتج أن $V_n=\frac{1}{3}\left(\frac{1}{2}\right)^n$ لكل n من IN. 1pts

b) بين أن $U_n=\frac{V_n-1}{2V_n-1}$ ، ثم استنتج أن $\lim\limits_{n\to+\infty}U_n=1$. 0,75pts

3) أحسب $\lim\limits_{n\to+\infty}W_n$ حيث (W_n) هي المتتالية المعرفة بما يلي $W_n=\ln(U_n)$ لكل n من IN . 0,5pts

التمرين 3. — maths-inter.ma — Exercice .3

الجزء الأول : نعتبر الدالة g المعرفة على IR بما يلي :

$$g(x)=1+4xe^{2x}$$

1) بين أن $g'(x)=4(2x+1)e^{2x}$ لكل x من IR. 0,5pts

2) بين أن الدالة g تزايدية على $\left[-\frac{1}{2},+\infty\right[$ و تناقصية على المجال $\left]-\infty,-\frac{1}{2}\right]$. 0,5pts

3) a) بين أن $g\left(-\frac{1}{2}\right)=1-\frac{2}{e}$ ثم تحقق أن $g\left(-\frac{1}{2}\right)>0$. 0,5pts

b) استنتج أن $g(x)>0$ لكل x من IR . 0,25pts

الجزء الثاني : نعتبر الدالة العددية f المعرفة على IR كما يلي : $f(x)=(2x-1)e^{2x}+x+1$.

ليكن (C) منحنى الدالة f في معلم متعامد ممنظم $(O\ ;\ \vec{i}\ ;\ \vec{j})$ (الوحدة $\|\vec{i}\|=\|\vec{j}\|=2cm$)

1) أحسب $\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)$ ثم بين أن $\lim\limits_{x\to-\infty}f(x)=-\infty$ (نذكر أن $\lim\limits_{u\to-\infty}ue^u=0$) . 1pts

2) بين أن : $f'(x)=g(x)$ لكل x من IR ثم استنتج أن الدالة f تزايدية قطعا على IR. 1pts

3) a) أحسب $\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{f(x)}{x}$ و استنتج أن (C) يقبل فرعا شلجميا في اتجاه محور الأراتيب بجوار $+\infty$. 0,75pts

b) أحسب $\lim\limits_{x\to-\infty}[f(x)-(x+1)]$.

استنتج أن المستقيم (Δ) الذي معادلته $y=x+1$ هو مقارب للمنحنى (C) بجوار $-\infty$. 0,5pts

c) حدد زوج إحداثيتي نقطة تقاطع المستقيم (Δ) والمنحنى (C)، ثم استنتج أن (C) يوجد تحت (Δ) على المجال $\left]-\infty,\frac{1}{2}\right[$ وفوق (Δ) على المجال $\left]\frac{1}{2},+\infty\right[$. 0,5 pts

4) a) بين أن $y=x$ هي معادلة المستقيم(T) مماس للمنحنى (C) في النقطة 0. 0,25 pts

b) بين أن للمنحنى (C) نقطة انعطاف أفصولها $-\frac{1}{2}$ (تحديد أرتوب نقطة الانعطاف غير مطلوب) . 0,25 pts

5) أنشئ المستقيمين (Δ) و (T) والمنحنى (C) في المعلم $(O\ ;\ \vec{i}\ ;\ \vec{j})$. 1pts

الجزء الأول : نعتبر الدالة g المعرفة على $]0,+\infty[$ كما يلي : $g(x)=x^3-x-2\ln x+3$

6) a) تحقق من أن : $3x^3-x-2=(x-1)(3x^2+3x+2)$ لكل x من $]0,+\infty[$. 0,5 pts

b) بين أن $g'(x)=\dfrac{(x-1)(3x^2+3x+2)}{x}$ لكل x من $]0,+\infty[$. 0,5 pts

7) a) تحقق من أن : $\dfrac{3x^2+3x+2}{x}>0$ لكل x من $]0,+\infty[$. 0,5 pts

b) استنتج أن إشارة $g'(x)$ هي إشارة $x-1$ على المجال $]0,+\infty[$. 0,5 pts

8) a) استنتج أن الدالة g تناقصية على $]0,1]$ وتزايدية على $[1,+\infty[$. 0,5 pts

b) استنتج أن : $g(x)>0$ لكل x من $]0,+\infty[$. (لاحظ أن $g(1)>0$) 0,5 pts

الجزء الثاني : نعتبر الدالة f المعرفة على $]0,+\infty[$ بما يلي : $f(x)=x-1+\dfrac{x-1+\ln x}{x^2}$.

(C) هو المنحنى الممثل للدالة f في معلم متعامد ممنظم $(O,\vec{i},\vec{j})$ حيث $\|\vec{i}\|=1cm$.

1) بين أن : $f'(x)=\dfrac{g(x)}{x^3}$ لكل x من $]0,+\infty[$ ثم استنتج أن الدالة f تزايدية على $]0,+\infty[$. 1 pts

2) a) بين أن $\lim\limits_{x\to 0^+} f(x)=-\infty$ ثم أول هذه النتيجة هندسيا. 0,5 pts

b) بين أن و أن $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{x-1+\ln x}{x^2}=0$ ثم أن $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=+\infty$ (نذكر أن : $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{\ln x}{x^2}=0$). 0,75 pts

c) بين أن المستقيم (Δ) الذي معادلته $y=x-1$ مقارب مائل للمنحنى (C) بجوار $+\infty$. 0,5 pts

3) بين أن $y=3(x-1)$ هي معادلة المماس (T) للمنحنى (C) في النقطة $A(1,0)$ 0,5 pts

4) انشىء (C) و (T) و (Δ) في المعلم $(O,\vec{i},\vec{j})$ (نقبل أن لـ (C) نقطة انعطاف وحيدة غير مطلوب تحديدها). 0,75 pts

Bonne Chance