Exercice .1 maths-inter.ma 1. التمرين

نعتبر المتتالية (U_n) المعرفة كما يلي :

$$\begin{cases} U_0 = 0 \quad ; \quad U_1 = 1 \\ (\forall n \in \mathbb{N}) \; ; \; U_{n+2} = \frac{2}{5}U_{n+1} - \frac{1}{25}U_n \end{cases}$$

ونضع لكل n من IN : $V_n = U_{n+1} - \frac{1}{5}U_n$

و $W_n = 5^n.U_n$

1) أحسب W_0 , V_0 . 0,5 pts

2) a) بين أن (V_n) متتالية هندسية أساسها $\frac{1}{5}$. 1 point

b) احسب V_n بدلالة n . 0,5 pts

3) a) بين أن :

$(\forall n \in \mathbb{N})$; $W_{n+1} - W_n = 5^{n+1}.V_n$ 0,5 pts

b) استنتج أن (W_n) متتالية حسابية أساسها 5 . 0,5 pts

c) احسب W_n بدلالة n . 0,5 pts

d) استنتج أن $U_n = \frac{5n}{5^n}$. 1 point

4) a) بين بالترجع أن : $n \le 2^{n-1}$; $(\forall n \in \mathbb{N}^*)$. 0,5 pts

b) استنتج أن :

$(\forall n \in \mathbb{N}^*)$; $0 \le U_n \le \frac{5}{2}\left(\frac{2}{5}\right)^n$ 0,5 pts

c) استنتج نهاية المتتالية U_n . 0,5 pts

5) أحسب :

$$S_n = 5.V_0 + 5^2.V_1 + 5^3.V_2 + ... + 5^{n+1}.V_n$$

0,5 pts

Exercice .2 maths-inter.ma 2. التمرين

الجزء الأول : نعتبر الدالة g المعرفة على IR بما يلي : $g(x) = (1-x)e^x - 1$

1) a) بين أن $g'(x) = -xe^x$ لكل x من IR. 0,5 pts

b) بين أن الدالة g تناقصية على $[0, +\infty[$ تزايدية على المجال $]-\infty, 0]$ وتحقق من أن $g(0) = 0$. 0,75 pts

2) استنتج أن $g(x) \le 0$ لكل x من IR . 0,5 pts

الجزء الثاني : نعتبر الدالة العددية f المعرفة على IR كما يلي : $f(x) = (2-x)e^x - x$.

ليكن (C) منحنى الدالة f في معلم متعامد ممنظم $(O ; \vec{i} ; \vec{j})$ (الوحدة 1cm)

3) a) *بين أن* $\lim_{x\to+\infty} f(x) = -\infty$. 0,5 pts

b) *بين أن* $\lim_{x\to+\infty} \frac{f(x)}{x} = -\infty$ ثم استنتج أن المنحنى (C) *يقبل* ، فرعا شلجميا *بجوار* $+\infty$ يتم تحديد اتجاهه. 0,75 pts

4) a) *بين أن* $\lim_{x\to-\infty} f(x) = +\infty$ ثم أحسب $\lim_{x\to-\infty}[f(x) + x]$ (نذكر أن $\lim_{x\to-\infty} xe^x = 0$) . 0,75 pts

b) *بين أن المستقيم* (D) الذي معادلته $y = -x$ هو مقارب مائل للمنحنى (C) بجوار $-\infty$. 0,25 pts

5) a) *بين أن :* $f'(x) = g(x)$ لكل x من IR. 0,5 pts

b) أول هندسيا النتيجة $f'(0) = 0$. 0,25 pts

c) بين أن *الدالة* f *تناقصية قطعا على* IR ثم ضع جدول تغيرات الدالة f. 0,5 pts

6) بين أن المعادلة $f(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا α في IR وأن $\frac{3}{2} < \alpha < 2$. (نقبل أن $e^{3/2} > 3$) 0,5 pts

7) a) *حل في* IR *المعادلة* $f(x) + x = 0$ *ثم استنتج* (C) و (D) *يتقاطعان في النقطة* A(2,-2) . 0,5 pts

b) أدرس إشارة $f(x) + x$ على IR . 0,25 pts

c) *استنتج أن* (C) يوجد فوق (D) على المجال $]-\infty, 2[$ وتحت (D) على المجال $]2, +\infty[$. 0,25 pts

8) a) بين أن (C) يقبل نقطة انعطاف وحيدة زوج إحداثيتيها هو (0,2) . 0,25 pts

b) أنشئ المنحنى (C) والمستقيم (D) في نفس المعلم $(O ; \vec{i} ; \vec{j})$. 1 pts

Exercice .3 maths-inter.ma 3. التمرين

1) حل في مجموعة الأعداد العقدية $\mathbb{C}$ المعادلة التالية :

$z^2 - 8\sqrt{3}\,z + 64 = 0$ 1 pts

2) نعتبر في المستوى العقدي المنسوب الى معلم متعامد ممنظم مباشر $(O, \vec{u}, \vec{v})$ ؛ النقط A و B و C التي ألحاقها على التوالي هي : $a = 8i$ و $b = 4\sqrt{3} - 4i$ و $c = 2(4\sqrt{3} + 4i)$.

ليكن z لحق نقطة M من المستوى و z' لحق نقطة M' صورة M بالدوران R الذي مركزه O وزاويته $\frac{4\pi}{3}$.

بين أن : $z' = \left(-\frac{1}{2} - i\frac{\sqrt{3}}{2}\right)z$. 0,5pts

a) تحقق من أن النقطة B هي صورة النقطة A بالدوران R . 0,25pts

b) بين أن: $\frac{a-b}{c-b} = \frac{1}{2} + i\frac{\sqrt{3}}{2}$ ثم أكتب العدد $\frac{a-b}{c-b}$ على الشكل المثلثي . 0,75pts

c) استنتج أن المثلث ABC متساوي الأضلاع . 0,5pts

Exercice .4 maths-inter.ma 4. التمرين

1) a) حل في IR المعادلة : $x^2 + 4x - 5 = 0$. **0,5 pts**

b) حل في المجال $]0, +\infty[$ المعادلة : $\ln(x^2+5) = \ln(x+2) + \ln(2x)$. **1 pts**

2) حل في $]0, +\infty[$ المتراجحة : $\ln x + \ln(x+1) \geq \ln(x^2+1)$. **1 pts**

Bonne Chance