Exercice .1 — maths-inter.ma — التمرين 1.

نعتبر في المستوى العقدي المنسوب الى معلم متعامد ممنظم مباشر $(O,\vec{u},\vec{v})$ ؛ النقطتين A و B التي لحقاهما على التوالي هما : $a=\sqrt{2}(1+i)$ و $b=1+i\sqrt{3}$.

1) أثبت أن: $a=2e^{i\frac{\pi}{4}}$ و $b=2e^{i\frac{\pi}{3}}$. 0,5pts 0,5pts

2) بين أن : $\frac{b}{a}=\frac{\sqrt{2}(\sqrt{3}+1)}{4}+i\frac{\sqrt{2}(\sqrt{3}-1)}{4}$ 0,5pts

3) تحقق أن : $\frac{\pi}{3}-\frac{\pi}{4}=\frac{\pi}{12}$ واستنتج أن : $\frac{b}{a}=e^{i\frac{\pi}{12}}$ 0,25pts 0,75pts

4) استنتج من الأسئلة السابقة قيمة كل من: $\cos\frac{\pi}{12}$ و $\sin\frac{\pi}{12}$. 0,25pts 0,25pts

5) تحقق أن : $\frac{30\pi}{12}=2\pi+\frac{\pi}{2}$ واستنتج أن : $\left(\frac{\sqrt{2}(\sqrt{3}+1)}{4}+i\frac{\sqrt{2}(\sqrt{3}-1)}{4}\right)^{30}=i$ 0,25pts 0,25pts

Exercice .2 — maths-inter.ma — التمرين 2.

نعتبر في الفضاء المنسوب الى م م م مباشر $(O,\vec{i},\vec{j},\vec{k})$. النقط $A(2,1,1)$ و $B(2,-1,1)$ و $C(4,3,-3)$ و $\Omega(2,0,1)$ و المتجهة $\vec{n}=\vec{i}-2\vec{j}+2\vec{k}$. (P) هوالمستوى المار من النقطة C ومتجهته المنظمية هي $\vec{n}$.

(Δ) هوالمستقيم المار من النقطة Ω والعمودي على المستوى (P) .

1) a) بين أن المعادلة الديكارتية للمستوى (P) هي : $x-2y+2z+8=0$. 0,25pts

b) بين أن المسافة بين النقطة Ω والمستوى (P) هي $d=4$. 0,5pts

2) a) حدد تمثيلا بارمتريا للمستقيم (Δ) . 0,5pts

b) بين أن إحداثيات النقطة H تقاطع (P) و (Δ) هو المثلوت $\left(\frac{2}{3},\frac{8}{3},-\frac{5}{3}\right)$. 0,5pts

3) لتكن (S) مجموعة النقط $M(x,y,z)$ من الفضاء التي تحقق العلاقة : $\overrightarrow{AM}.\overrightarrow{BM}=24$.

a) بين أن $\overrightarrow{AM}.\overrightarrow{BM}=(x-2)^2+(y-0)^2+(z-1)^2-1$. 0,5pts

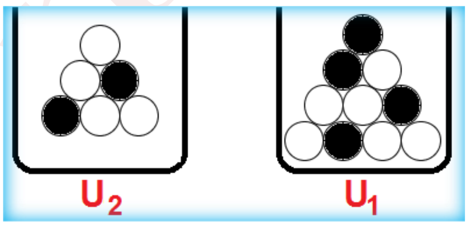
b) بين أن (S) فلكة مركزها Ω محددا وشعاعها $R=5$. 0,5pts

4) a) بين أن (P) يقطع الفلكة (S) وفق دائرة (C) . 0,25pts

b) حدد شعاع الدائرة (C) . 0,25pts c) حدد مركز الدائرة (C) . 0,25pts

Exercice .3 — maths-inter.ma — التمرين 3.

يحتوي كيس U_1 على 6 كرات بيضاء و 4 كرات سوداء، ويحتوي كيس U_2 على 4 كرات بيضاء و 2 كرات سوداء.



1) نعتبر التجربة التالية : نسحب عشوائيا وفي أن واحد ثلاثة كرات من الكيس U_1 .

ليكن A الحدث : " الحصول على كرتين لونهما أبيض وكرة واحدة سوداء" .

و B الحدث : " الحصول على ثلاث كرات من نفس اللون " .

بين أن : $p(A)=\frac{1}{2}$ و $p(B)=\frac{1}{5}$ 1 pts 1 pts

2) نعتبر التجربة التالية : نسحب عشوائيا وفي أن واحد كرتين من الكيس U_1 ، ثم نسحب عشوائيا كرة واحدة من الكيس U_2 .

ليكن C الحدث : " الحصول على ثلاث كرات سوداء " . بين أن : $p(C)=\frac{2}{45}$ 1 pts

Exercice .4 maths-inter.ma 4. التمرين

الجزء الأول

نعتبر الدالة g المعرفة على $]0,+\infty[$ بما يلي : $g(x)=-x^2+1-\ln(x)$; $\forall x>0$

1) a) أحسب $\lim_{x\to0^+} g(x)$ و $\lim_{x\to+\infty} g(x)$. 0,25pts 0,25pts

b) أحسب $g(1)$. 0,25pts

2) a) أحسب $g'(x)$ لكل x من $]0,+\infty[$. 0,25pts

b) أنجز جدول تغيرات الدالة g على $]0,+\infty[$. 0,25pts

c) استنتج إشارة $g(x)$ على المجال $]0,+\infty[$. 0,5pts

3) أدرس الفروع اللانهائية لمنحنى الدالة g. 0,25pts 0,5pts

4) a) بين أن الدالة G المعرفة بالصيغة: $G(x)=-\frac{1}{3}x^3+2x-x\ln x$ هي دالة أصلية للدالة g. 0,25pts

b) أحسب التكامل : $I=\int_1^e g(x)dx$. 0,25pts

الجزء الثاني

نعتبر الدالة f المعرفة على $]0,+\infty[$ بما يلي : $f(x)=-x+3+\frac{\ln(x)}{x}$.

(C_f) هو المنحنى الممثل للدالة f في نفس المعلم السابق $(O,\vec{i},\vec{j})$ حيث $\|\vec{i}\|=2cm$.

1) a) أحسب $\lim_{x\to0^+} f(x)$ و $\lim_{x\to+\infty} f(x)$. 0,25pts 0,5pts

b) أدرس الفروع اللانهائية للمنحنى (C_f) . 0,25pts 0,5pts

2) a) أحسب $f'(x)$ ، ثم بين أن $f'(x)=\frac{g(x)}{x^2}$; $\forall x>0$. 0,25pts 0,25pts

b) أحسب $f(1)$ و $f'(1)$ واعط تأويلا هندسيا للنتيجة . 0,25pts 0,25pts 0,25pts

c) أدرس تغيرات الدالة f . 0,5pts

3) أنشئ (C_f) منحنى الدالة f في المعلم $(O,\vec{i},\vec{j})$. نعطي : $f(4)=-0,6$; $f(3)\approx0,4$; $f(2)\approx1,3$; $f\left(\frac{1}{2}\right)\approx1$; $f\left(\frac{1}{4}\right)\approx-3$ 0,5pts

4) ليكن $n\in\mathbb{N}^*$ ، نضع : $I_n=\int_1^e\frac{\ln^n(x)}{x}dx$.

a) بين أن : $I_n=\frac{1}{n+1}$ مهما يكن $n\in\mathbb{N}^*$. 0,5pts

b) أحسب : I_1 و I_{2015} . 0,25pts 0,25pts

c) استنتج $J=\int_1^e f(x)dx$. 0,5pts

5) أحسب A مساحة الحيز المحصور بين (C_f) و $(\Delta):y=-x+3$ والمستقيمين $(D_1):x=1$ و $(D_2):x=e$. 0,5pts

6) a) ليكن h قصور الدالة f على المجال $I=[1,+\infty[$. بين أن h تقبل دالة عكسية معرفة على مجال J يجب تحديده . 0,25pts

7) أنشئ (C_h) و $(C_{h^{-1}})$ نفس المعلم $(O,\vec{i},\vec{j})$. 0,5pts 0,5pts

Bonne Chance