Exercice 1 Maths-inter.ma التمرين 1.

الجزء الأول : نعتبر الدالة g المعرفة على IR كما يلي : $g(x)=x+2-e^x$

1) a) أحسب وحدد إشارة كل عدد من الأعداد التالية : $g(0)$ ، $g(1)$ ، $g(2)$ ، $g(-1)$ ، $g(-2)$.

b) أدرس تغيرات الدالة g على IR.

2) a) بين أن المعادلة $g(x)=0$ تقبل حلان بالضبط α و β على IR بحيث : $-2<\alpha<-1$ و $1<\beta<2$.

b) استنتج مما سبق ، جدول إشارات $g(x)$ على IR.

الجزء الثاني : نعتبر الدالة h المعرفة على IR كما يلي : $h(x)=xe^x+1$

1) a) أحسب : $\lim\limits_{x\to-\infty} h(x)$ و $\lim\limits_{x\to+\infty} h(x)$ و $\lim\limits_{x\to+\infty} \frac{h(x)}{x}$ و $h(0)=1$.

b) بين أن : $h'(x)=(x+1)e^x \quad ; \quad \forall x\in IR$.

c) أستنتج تغيرات الدالة h على IR.

2) استنتج أن : $0<h(x) \quad ; \quad \forall x\in IR$ وأن : $0<h(x)<1 \quad ; \quad \forall x\in]-\infty,0]$

الجزء الثالث : نعتبر الدالة f المعرفة بما يلي : $f(x)=\ln(h(x))-x$.

(C) هو المنحنى الممثل للدالة f في معلم متعامد ممنظم .

1) بين أن الدالة f معرفة على IR.

2) a) أحسب النهاية : $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$.

b) تحقق أنه لكل x من $]0,+\infty[$ ، فإن : $f(x)=\ln(x)+\ln(1+\frac{1}{xe^x})$ واستنتج $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$.

3) a) بين أن : $f'(x)=\frac{e^x-1}{h(x)} \quad ; \quad \forall x\in IR$.

b) ضع جدول تغيرات الدالة f على IR.

4) a) بين أن : $f''(x)=\frac{e^x}{(h(x))^2}g(x) \quad ; \quad \forall x\in IR$.

b) أدرس تقعر المنحنى (C_f) مع تحديد نقطتي انعطافه.

5) ليكن (Δ) المستقيم الذي معادلته $(\Delta):y=-x$

a) بين أن (Δ) مقارب للمنحنى (C_f) بجوار $-\infty$

b) بين أن : $f(x)\le -x \quad ; \quad \forall x\le 0$ ، استنتج الوضع النسبي للمنحنى (C_f) و المستقيم (Δ) على المجال $]-\infty,0]$.

c) أدرس الفرع اللانهائي للمنحنى بجوار $+\infty$.

6) أنشىء المستقيم (Δ) والمنحنى (C_f) في المعلم $(O\,;\vec{i}\,;\vec{j})$

نقبل أن $f(x)<x \quad ; \quad \forall x>0$ نعطي $f(\alpha)\approx 1,5 \quad ; \quad f(\beta)\approx 0,4$

7) لتكن φ قصور الدالة f على المجال $]-\infty,0]$.

a) بين أن φ تقبل دالة عكسية معرفة على مجال J يجب تحديده .

b) أنشىء منحنى الدالة φ^{-1} في نفس المعلم السابق .

c) ضع جدول تغيرات φ^{-1}.

8) نعتبر المتتالية (U_n) المعرفة كما يلي : $\begin{cases} U_0=\frac{1}{2} \\ (\forall n\in IN)\ ;\ U_{n+1}=f(U_n) \end{cases}$

a) بين أن: $0\le U_n\le 1 \quad ; \quad (\forall n\in IN)$.

b) بين ان المتتالية (U_n) تناقصية .

c) بين أن المتتالية (U_n) متقاربة وحدد نهايتها .

Exercice .2 Maths-inter.ma 2. التمرين

1) حدد دالة أصلية للدالة : $x \to \dfrac{x}{x^2+1}$ على IR .

2) a) تحقق أن $\dfrac{x^3}{x^2+1} = x - \dfrac{x}{x^2+1}$ لكل x من IR.

b) باستعمال مكاملة بالأجزاء بين أن : $\int_0^1 x\ln(x^2+1)dx = \ln 2 - \dfrac{1}{2}$.

Exercice .3 Maths-inter.ma 3. التمرين

1) حل في $\mathbb{C}$.مجموعة الأعداد العقدية المعادلة التالية : $z^2 - 2\sqrt{2}.z + 4 = 0$

2) نعتبر في المستوى المنسوب الى معلم متعامد ممنظم مباشر $(O, \vec{u}, \vec{v})$ ؛ النقط A و B و C التي ألحاقها على التوالي هي : $z_A = 2i$ و $z_B = \sqrt{2} + i\sqrt{2}$ و $z_C = \sqrt{2} - i\sqrt{2}$.

ليكن φ تحويل المستوى الذي يربط كل نقطة $M(z)$ بالنقطة $M'(z')$ بحيث : $z' = e^{i\frac{\pi}{4}}.z$

a) أكتب الأعداد العقدية z_A و z_B و z_C على الشكل المثلثي .

b) حدد طبيعة التحويل φ وعناصره المميزة.

c) بين أن النقطة A هي صورة النقطة B بالتحويل φ .

d) حدد لحق النقطة D صورة النقطة A بالتحويل φ .

e) بين أن النقط A و B و C و D تنتمي لدائرة محددا مركزها وشعاعها.

Exercice .4 Maths-inter.ma 4. التمرين

نعتبر المتتالية (U_n) المعرفة كما يلي : $\begin{cases} U_0 = 0 \\ (\forall n \in IN) \ ; \ U_{n+1} = \dfrac{1+4U_n}{7-2U_n} \end{cases}$

1) تحقق من أن $1 - U_{n+1} = \dfrac{6(1-U_n)}{5+2(1-U_n)}$ لكل n من IN ثم بين بالترجع أن: $\forall n \in IN \ ; \ 1 - U_n > 0$. 1,5pts

2) نعتبر المتتالية (V_n) بحيث مهما يكن n من IN : $V_n = \dfrac{2U_n - 1}{U_n - 1}$.

a) بين أن (V_n) متتالية هندسية أساسها $\dfrac{5}{6}$ ثم اكتب V_n بدلالة n . 1,5pts

b) بين أن $U_n = \dfrac{\left(\frac{5}{6}\right)^n - 1}{\left(\frac{5}{6}\right)^n - 2}$ لكل n من IN واستنتج نهاية المتتالية (U_n). 1,5pts

Bonne Chance