

$$\forall x > 0 ; g(x) = -x^2 + 1 - \ln(x)$$

الجزء الأول : نعتبر الدالة g المعرفة على $]0, +\infty[$ بما يلي :

(1) (a) أحسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x)$ و $\lim_{x \rightarrow 0^+} g(x)$. 0,25pts 0,25pts

(b) أحسب $g(1)$. 0,25pts

(2) (a) أحسب $g'(x)$ لكل x من $]0, +\infty[$. 0,25pts

(b) أنجز جدول تغيرات الدالة g على $]0, +\infty[$. 0,25pts

(c) استنتج إشارة $g(x)$ على المجال $]0, +\infty[$. 0,5pts

(3) أدرس الفروع اللانهائية لمنحنى الدالة g . 0,5pts 0,25pts

(4) (a) بين أن الدالة G المعرفة بالصيغة: $G(x) = -\frac{1}{3}x^3 + 2x - x \ln x$ هي دالة أصلية للدالة g . 0,25pts

(b) أحسب التكامل : $I = \int_1^e g(x) dx$. 0,25pts

الجزء الثاني : نعتبر الدالة f المعرفة على $]0, +\infty[$ بما يلي :

$$f(x) = -x + 3 + \frac{\ln(x)}{x}$$

(C_f) هو المنحنى الممثل للدالة f في نفس المعلم السابق (O, \vec{i}, \vec{j}) حيث $\|\vec{i}\| = 2\text{cm}$

(1) (a) أحسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x)$. 0,5pts 0,25pts

(b) أدرس الفروع اللانهائية للمنحنى (C_f) . 0,5pts 0,25pts

(2) (a) أحسب $f'(x)$. 0,25pts

(b) بين أن $\forall x > 0 ; f'(x) = \frac{g(x)}{x^2}$. 0,25pts

(c) أحسب $f(1)$ و $f'(1)$ واعط تأويلا هندسيا للنتيجة . 0,25pts 0,25pts 0,25pts

(d) أدرس تغيرات الدالة f . 0,5pts

(3) أنشئ (C_f) في المعلم (O, \vec{i}, \vec{j}) . نعطي : $f\left(\frac{1}{4}\right) \approx -3 ; f\left(\frac{1}{2}\right) \approx 1 ; f(2) \approx 1,3 ; f(3) \approx 0,4 ; f(4) = -0,6$. 0,5pts

(4) ليكن $n \in \mathbb{N}^*$ ، نضع : $I_n = \int_1^e \frac{\ln^n(x)}{x} dx$

(a) بين أن : $I_n = \frac{1}{n+1}$ مهما يكن $n \in \mathbb{N}^*$. 0,5pts

(b) أحسب : I_1 و I_{2015} . 0,25pts 0,25pts

(c) استنتج $J = \int_1^e f(x) dx$. 0,5pts

(5) أحسب A مساحة الحيز المحصور بين (C_f) و المستقيم $(\Delta) : y = -x + 3$ والمستقيمين $(D_1) : x = 1$ و $(D_2) : x = e$. 0,5pts

(6) (a) ليكن h قصور الدالة f على المجال $]1, +\infty[$. بين أن h تقبل دالة عكسية معرفة على مجال J يجب تحديده . 0,25pts

(b) أنشئ (C_h) و $(C_{h^{-1}})$ نفس المعلم (O, \vec{i}, \vec{j}) . 0,5pts 0,5pts

Exercice .2

Maths-inter

التمرين 2.

- (1) حل في \mathbb{C} مجموعة الأعداد العقدية المعادلة التالية : $z^2 - 2z + 2 = 0$ (0,5pts)
- (2) حدد الحل العام للمعادلة التفاضلية : $y'' - 2y' + 2y = 0$. (E) (0,5pts)
- (b) ليكن h حل المعادلة التفاضلية (E) الذي يحقق الشرطين $h(0) = 1$ و $h'(0) = 2$. (0,5pts)
- بين أنه مهما يكن x من \mathbb{R} ، فإن : $h(x) = (\cos x + \sin x)e^x$
- (c) أحسب الدالة المشتقة الثانية h'' للدالة h باستعمال المعادلة التفاضلية (E) . (0,5pts)
- (3) نضع : $I = \int_0^{\pi/4} h(x)dx$
- باستعمال التكامل بالأجزاء مرتين بين أن $I = \frac{\sqrt{2}}{2} e^{\pi/4}$ (0,5pts)

Exercice .3

Maths-inter

التمرين 3.

- (1) أحسب : $I_1 = \int_0^{\pi/2} x dx$ (0,5pts)
- (2) باستعمال مكاملة بالأجزاء أحسب : و $I_2 = \int_0^{\pi/2} (x \cos 2x) dx$ (0,5pts)
- (3) نضع : و $J = \int_0^{\pi/2} x \cos^2 x dx$ و $K = \int_0^{\pi/2} x \sin^2 x dx$
- (a) بين أن $J + K = \int_0^{\pi/2} x dx$ واستنتج $J + K$ (0,5pts) (0,5pts)
- (b) بين أن $J - K = \int_0^{\pi/2} (x \cos 2x) dx$ واستنتج $J - K$ (0,5pts) (0,5pts)
- (4) أحسب J و K (0,5pts) (0,5pts)

Exercice .4

Maths-inter

التمرين 4.

- نعتبر في الفضاء المنسوب الى M م مباشر $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$.
- النقط $A(2, 1, 1)$ و $B(2, -1, 1)$ و $C(4, 3, -3)$ و $\Omega(2, 0, 1)$ و المتجهة $\vec{n} = \vec{i} - 2\vec{j} + 2\vec{k}$.
- (P) هو المستوى المار من النقطة C ومتجهته المنظمة هي \vec{n} .
- (Δ) هو المستقيم المار من النقطة Ω والعمودي على المستوى (P).
- (1) بين أن المعادلة الديكارتيّة للمستوى (P) هي : $x - 2y + 2z + 8 = 0$ (0,25pts)
- (b) بين أن المسافة بين النقطة Ω والمستوى (P) هي $d = 4$ (0,5pts)
- (2) حدد تمثيلاً بارمترياً للمستقيم (Δ) . (0,5pts)
- (b) بين أن إحداثيات النقطة H تقاطع (P) و (Δ) هو المثلث $\left(\frac{2}{3}, \frac{8}{3}, -\frac{5}{3}\right)$. (0,5pts)
- (3) لتكن (S) مجموعة النقط $M(x, y, z)$ من الفضاء التي تحقق العلاقة : $\overrightarrow{AM} \cdot \overrightarrow{BM} = 24$.
- (a) بين أن $\overrightarrow{AM} \cdot \overrightarrow{BM} = (x-2)^2 + (y-0)^2 + (z-1)^2 - 1$ (0,5pts)
- (b) بين أن (S) فلكة مركزها Ω محددًا وشعاعها $R = 5$ (0,5pts)
- (4) بين أن (P) يقطع الفلكة (S) وفق دائرة (C) . (0,25pts)
- (b) حدد شعاع الدائرة (C) . (0,25pts)
- (c) حدد مركز الدائرة (C) . (0,25pts)

Bonne Chance