Exercice .1 Maths-inter 1. التمرين

الجزء الأول : نعتبر الدالة h المعرفة على IR كما يلي : $h(x)=1-xe^{x}$.

1) a) أحسب : $h(-1)$ ، $h(0)$ ، $h(1)$. 0,25pts 0,25pts 0,25pts

b) تحقق أن : $h\left(\frac{1}{2}\right)=1-\frac{1}{2}\sqrt{e}$ ، $h(\ln 2)=1-2\ln 2$. 0,25pts 0,25pts

c) علما أن $e<4$ ، أدرس إشارة كل من العددين $h\left(\frac{1}{2}\right)$ و $h(\ln 2)$. 0,25pts 0,25pts

2) a) أحسب : $\lim\limits_{x\to-\infty} h(x)$ و $\lim\limits_{x\to+\infty} h(x)$. 0,25pts 0,25pts

b) أدرس الفروع اللانهائية للمنحنى (C_h) . 0,25pts 0,25pts

c) أدرس الوضع النسبي للمنحنى (C_h) والمستقيم $(D): y=1$. 0,25pts

3) a) بين أن : $h'(x)=-(x+1)e^{x}$; $\forall x\in IR$. 0,25pts

b) أستنتج جدول تغيرات الدالة h على IR. 0,25pts

4) a) بين أن المعادلة $h(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α بحيث $\frac{1}{2}<\alpha<\ln 2$. 0,25pts

b) استنتج جدول إشارات $h(x)$. 0,25pts

5) a) بين أن $e^{\alpha}=\frac{1}{\alpha}$ وأن $\ln\alpha=-\alpha$ و استنتج أن $h'(\alpha)=-\frac{\alpha+1}{\alpha}$. 0,25pts 0,25pts 0,25pts

b) أحسب $h'(0)$ ، ثم حدد معادلة المماس (T) للمنحنى (C_h) في النقطة ذات الأفصول 0. 0,25pts

6) أنشىء (T) و (C_h) في معلم متعامد ممنظم $(O\,;\vec{i}\,;\vec{j})$. (نعتبر أن $\alpha\approx 0{,}6$) . 0,25pts 0,25pts

7) ليكن t عدد حقيقي سالب .

a) باستعمال المكاملة بالأجزاء ، بين أن : $\int_t^0 xe^{x}dx=(1-t)e^{t}-1$. 0,25pts

b) أستنتج بدلالة t المساحة $A(t)$ للحيز المحصور بين المنحنى (C_h) والمستقيمين $(D): y=1$ $(\Delta): x=t$. 0,25pts

c) أحسب $\lim\limits_{t\to-\infty} A(t)$. 0,25pts

الجزء الثاني : نعتبر الدالة f المعرفة على $]0,+\infty[$ كما يلي : $f(x)=\ln x-e^{x}+4$.

1) a) أحسب : $\lim\limits_{x\to 0^{+}} f(x)$ و $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$. 0,25pts 0,25pts

b) أدرس الفروع اللانهائية للمنحنى (C_f) . 0,25pts 0,25pts

c) أثبت أن $f(\alpha)=-\frac{\alpha^{2}-4\alpha+1}{\alpha}$. 0,25pts

2) a) بين أن : $f'(x)=\frac{h(x)}{x}$; $\forall x\in\,]0,+\infty[$. 0,25pts

b) أستنتج جدول تغيرات الدالة f على $]0,+\infty[$. 0,25pts

8) أنشىء (C_f) في المعلم السابق $(O\,;\vec{i}\,;\vec{j})$. (نعتبر أن $\alpha\approx 0{,}6$ وأن $f(\alpha)\approx 1{,}7$) . 0,5pts

9) a) بين أن الدالة G بحيث $G(x)=x\ln x-x$ هي دالة أصلية للدالة g بحيث $g(x)=\ln x$. 0,25pts

b) بين أن $\int_\alpha^1 \ln x\,dx=\alpha^{2}+\alpha-1$ ، ثم أن $\int_\alpha^1 e^{x}dx=e-\frac{1}{\alpha}$. 0,25pts 0,25pts

10) لتكن S مساحة الحيز المحصور بين المنحنى (C_f) ومحور الأفاصيل و المستقيمين $(\Delta_1): x=\alpha$ و $(\Delta_2): x=1$.

بين أن : $S=\frac{1}{\alpha}+\alpha^{2}-3\alpha+3-e$ ثم حدد قيمة مقربة للعدد S . 0,25pts 0,25pts

Exercice .2 — Maths-inter — التمرين .2

1) نعتبر في المستوى العقدي المنسوب الى معلم متعامد ممنظم مباشر $(O,\vec{u},\vec{v})$ ؛ النقطتين A و B التي لحقاهما على التوالي هما : $a=\sqrt{2}(-1+i)$ و $b=-1+i\sqrt{3}$.

a) بين أن : $\frac{a}{b}=\frac{\sqrt{2}(\sqrt{3}+1)}{4}+i\frac{\sqrt{2}(\sqrt{3}-1)}{4}$ 0,25pts

b) أكتب كل من a و b على الشكل الأسي . 0,25pts 0,25pts

c) تحقق أن : $\frac{3\pi}{4}-\frac{2\pi}{3}=\frac{\pi}{12}$ 0,25pts

واستنتج أن : $\frac{a}{b}=e^{i\frac{\pi}{12}}$ 0,25pts

2) استنتج من الأسئلة السابقة قيمة كل من: $\cos\frac{\pi}{12}$ و $\sin\frac{\pi}{12}$. 0,25pts 0,25pts

3) أنشىء النقطتين A و B في المعلم $(O,\vec{u},\vec{v})$ بالاعتماد على الشكل الأسي للعددين a و b . 0,5pts 0,5pts

4) نعتبر الإزاحة T التي تحول A الى B .

a) تحقق أن : $b-a=(\sqrt{2}-1)+i(\sqrt{3}-\sqrt{2})$ 0,5pts

b) حدد الصيغة العقدية للإزاحة T . 0,5pts

c) حدد لحق C صورة النقطة O بالإزاحة T . 0,5pts

d) استنتج طبيعة الرباعي OABC. 0,75pts

Exercice .3 — Maths-inter — التمرين .3

نعتبر المتتالية (U_n) بحيث : $\begin{cases}U_0=-2\\ U_{n+1}=\frac{2U_n-3}{U_n+6}\end{cases}$

1) بين بواسطة الترجع أن: $-3<U_n<-1$; $(\forall n\in IN)$. 1pts

2) تحقق أن: $U_{n+1}-U_n=-\frac{(U_n+1)(U_n+3)}{U_n+6}$ 0,5pts

3) أدرس رتابة المتتالية (U_n) . 0,5pts

4) نعتبر المتتالية (V_n) بحيث : $V_n=\frac{U_n+1}{U_n+3}$.

a) بين أن (V_n) متتالية هندسية وحدد أساسها وحدها الأول.

b) حدد V_n ثم U_n بدلالة n. 1pts

c) أحسب $\lim U_n$ 0,5pts

5) نضع $\Sigma_n=\sum_{k=1}^{k=n}V_k$ و $S_n=\sum_{k=1}^{k=n}\frac{1}{U_k+3}$.

a) تحقق أن : $\frac{1}{2}-\frac{1}{2}V_n=\frac{1}{U_n+3}$. 0,5pts

b) أحسب Σ_n ثم استنتج S_n بدلالة n . 0,5pts

Exercice .4 — Maths-inter — التمرين .4

نعتبر في الفضاء المنسوب الى م م م مباشر $(O,\vec{i},\vec{j},\vec{k})$. النقط $A(0,1,1)$ و $B(2,1,0)$ و $C(2,0,1)$ و $E(1,-1,1)$ و $F(-2,-1,1)$

1) a) أحسب $\overrightarrow{AB}\wedge\overrightarrow{AC}$. 0,5pts

b) بين أن معادلة ديكارتية للمستوى (ABC) هي: $x+2y+2z-3=0$

(a 0,25pts

c) حدد معادلة ديكارتية للمستوى (P) . 0,25pts

d) حدد المسافة d بين النقطة Ω والمستوى (P) . 0,5pts

2) لتكن (S) مجموعة النقط $M(x,y,z)$ التي تحقق العلاقة : $EM^2+FM^2=\frac{25}{2}$.

a) بين أن $EM^2=x^2+y^2+z^2-2x+2y-2z+3$. 0,5pts

b) بين أن (S) فلكة مركزها Ω محددا شعاعها. 0,5pts

3) a) بين أن (P) يقطع الفلكة (S) وفق دائرة (C). 0,25pts

b) حدد شعاع الدائرة (C). 0,25pts

c) حدد مركز الدائرة (C). 0,25pts

و المتجهة $\vec{n}=2\vec{i}-\vec{j}+2\vec{k}$.

(P) هوالمستوى المار من النقطة A ومتجهته المنظمة هي $\vec{n}$

.

(Δ) هوالمستقيم المار من النقطة Ω والعمودي على المستوى (P) .

4) حدد تمثيلا بارمتريا للمستقيم (Δ) . 0,25pts

b) حدد إحداثيات النقطة H تقاطع (P) و (Δ) . 0,5pts

Bonne Chance