Exercice .1 Maths-inter 1. التمرين

الجزء الأول : نعتبر الدالة g المعرفة على IR كما يلي : $g(x)=x-1+e^{x}$

1) a) أحسب $\lim\limits_{x\to-\infty} g(x)$ ثم بين أن (C_g) منحنى الدالة g يقبل مقاربا مائلا (Δ) بجوار $-\infty$.

b) أحسب $\lim\limits_{x\to+\infty} g(x)$ و $\lim\limits_{x\to+\infty} \frac{g(x)}{x}$ ، استنتج طبيعة الفرع اللانهائي لمنحنى الدالة g بجوار $+\infty$.

2) أحسب $g'(x)$ ثم أنجز جدول تغيرات الدالة g معللا جوابك.

3) أنجز معللا جوابك جدول إشارات الدالة g . (لاحظ أن $g(0)=0$)

الجزء الثاني : نعتبر الدالة f المعرفة على IR بما يلي : $f(x)=x-3-xe^{-x}$.

(C) هو المنحنى الممثل للدالة f في معلم متعامد ممنظم $(O,\vec{i},\vec{j})$ حيث $\|\vec{i}\|=1cm$.

1) a) أحسب $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$ و $\lim\limits_{x\to-\infty} \frac{f(x)}{x}$ ، استنتج طبيعة الفرع اللانهائي ل (C) بجوار $-\infty$.

b) أحسب $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ و $\lim\limits_{x\to+\infty} (f(x)-(x-3))$ ، استنتج طبيعة الفرع اللانهائي ل (C) بجوار $+\infty$.

2) بين أن $f'(x)=\frac{g(x)}{e^{x}}$ ثم أنجز جدول تغيرات الدالة f معللا جوابك.

3) انشىء المنحنى (C).

4) نضع: $I_0=\int_0^1 e^{-x}dx$ و $I_n=\int_0^1 x^n e^{-x}dx$ لكل $n\in\mathbb{N}^*$

a) أحسب I_0 و I_1.

b) استنتج مساحة الحيز المحصور بين المنحنى (C) والمستقيمات $(D):y=x-3$ و $(\Delta_0):x=0$ و $(\Delta_1):x=1$.

b) بين أن $I_{n+1}=-\frac{1}{e}+(n+1)I_n$

c) استنتج I_2 و I_3.

5) a) تحقق أن: $nI_n=I_{n+1}-I_n+\frac{1}{e}$.

b) استنتج أن : $I_1+2I_2+3I_3+...+nI_n=I_{n+1}-1+\frac{n+2}{e}$.

Exercice .2 Maths-inter 2. التمرين

نعتبر في المستوى العقدي المنسوب الى معلم متعامد ممنظم مباشر $(O,\vec{u},\vec{v})$ ؛ النقطتين A و B التي لحقاهما على التوالي هما :

$a=\sqrt{2}(1+i)$ و $b=1+i\sqrt{3}$.

1) أثبت أن: $a=2e^{i\frac{\pi}{4}}$ و $b=2e^{i\frac{\pi}{3}}$.

2) بين أن : $\frac{b}{a}=\frac{\sqrt{2}(\sqrt{3}+1)}{4}+i\frac{\sqrt{2}(\sqrt{3}-1)}{4}$

3) تحقق أن : $\frac{\pi}{3}-\frac{\pi}{4}=\frac{\pi}{12}$ واستنتج أن : $\frac{b}{a}=e^{i\frac{\pi}{12}}$

4) استنتج من الأسئلة السابقة قيمة كل من: $\cos\frac{\pi}{12}$ و $\sin\frac{\pi}{12}$.

5) تحقق أن : $\frac{30\pi}{12} = 2\pi + \frac{\pi}{2}$ واستنتج أن : $\left(\frac{\sqrt{2}(\sqrt{3}+1)}{4} + i\frac{\sqrt{2}(\sqrt{3}-1)}{4}\right)^{30} = i$ 0,25pts

Exercice .3 Maths-inter 3. التمرين

نعتبر في الفضاء المنسوب الى م م م مباشر $(O,\vec{i},\vec{j},\vec{k})$.

النقط $A(3,-1,2)$ و $B(-1,3,-4)$ و $\Omega(1,1,-1)$ و المتجهة $\vec{n} = 2\vec{i} - \vec{j} + 2\vec{k}$. (P) هوالمستوى المار من النقطة A ومتجهته المنظمية هي $\vec{n}$. (Δ) هوالمستقيم المار من النقطة Ω والعمودي على المستوى (P) .

1) a) أحسب $\overrightarrow{A\Omega} \wedge \overrightarrow{B\Omega}$.

b) ماذا تستنتج بالنسب للنقط A و B و Ω؟

2) a) حدد معادلة ديكارتية للمستوى (P) .

b) حدد المسافة d بين النقطة Ω والمستوى (P) .

3) a) حدد تمثيلا بارمتريا للمستقيم (Δ) .

b) حدد إحداثيات النقطة H تقاطع (P) و (Δ) .

4) لتكن (S) مجموعة النقط $M(x,y,z)$ من الفضاء التي تحقق العلاقة : $\overrightarrow{AM}.\overrightarrow{BM} = 8$.

a) بين أن $\overrightarrow{AM}.\overrightarrow{BM} = (x-1)^2 + (y-1)^2 + (z+1)^2 - 17$.

b) بين أن (S) فلكة مركزها Ω محددا شعاعها.

5) بين أن (P) يقطع الفلكة (S) وفق دائرة (C). حدد شعاع الدائرة (C). حدد مركز الدائرة (C).

Bonne Chance