Exercice .1 Maths-inter.ma 1. التمرين

الفضاء المنسوب الى معلم متعامد ممنظم مباشر $(O,\vec{i},\vec{j},\vec{k})$ ،

1) نعتبر النقط : $A(0;-1;2)$ و $B(-2;0;0)$ و $C(-1;0;2)$.

a) حدد مثلوت إحداثيات المتجهة : $\overrightarrow{AB}\wedge\overrightarrow{AC}$. استنتج S مساحة المثلث ABC .

b) استنتج أن النقط A و B و C غير مستقيمية ، ثم حدد معادلة المستوى (P) المار من النقط A و B و C .

2) لتكن (S) الفلكة التي مركزها $\Omega(3;-1;2)$ وتتقاطع مع المستوى (P) وفق دائرة (C) شعاعها $r=\sqrt{5}$.

a) أحسب المسافة d بين النقطة Ω والمستوى (P) .

b) استنتج R شعاع الفلكة (S) .

c) حدد المعادلة الديكارتية للفلكة (S) .

3) ليكن (Δ) المستقيم المار من Ω والعمودي على (P) .

a) حدد التمثيل البرامتري للمستقيم (Δ) .

b) استنتج إحداثيتي H مركز الدائرة (C) .

4) أحسب V_1 حجم الهرم الذي رأسه Ω وقاعدته المثلث ABC .

5) أحسب V_2 حجم المخروط الدوراني الذي رأسه Ω وقاعدته الدائرة (C) .

Exercice .2 Maths-inter.ma 2. التمرين

المستوى المنسوب الى معلم متعامد ممنظم مباشر $(O,\vec{i},\vec{j})$ ؛ نعتبر النقط A و B و C التي ألحاقها على التوالي هي :

$z_A=2+i$ و $z_B=-1+3i$ و $z_C=-\frac{3}{2}-i$.

1) تحقق أنه مهما يكن في فإن z في $\mathbb{C}$ فإن : $z^2-(1+4i)z-5(1-i)=(z-2-i)(z+1-3i)$

2) استنتج حلول المعادلة : $z^2-z-5=i(4z-5)$

3) (Δ) هي مجموعة النقط $M(z)$ بحيث $|z-2-i|-|z+1-3i|=0$

a) بين أن النقطة C تنتمي الى المجموعة (Δ) .

b) حدد طبيعة المجموعة (Δ) .

4) (Γ) هي مجموعة النقط $M(z)$ بحيث $|z-2-i|-\sqrt{13}=0$

a) بين أن النقطة B تنتمي الى المجموعة (Γ) .

b) حدد طبيعة المجموعة (Γ) .

5) نعتبر الدوران Φ الذي مركزه C ويحول A الى B . ليكن (Γ') صور الشكل (Γ) بالدوران Φ .

عين النقط A و B و C في مواقعها على الشكل 1 (الورقة الأخيرة) ثم أنشئ على نفس الشكل ، كل من الأشكال (Δ) و (Γ) و (Γ') .

Exercice .3 Maths-inter.ma 3. التمرين

.1 نعتبر المتتالية (U_n) المعرفة كما يلي : $U_0=1$; $U_{n+1}=\frac{2n+1}{4n+6}U_n$; $(\forall n\in\mathbb{N})$

a) أحسب U_1 , U_2 .

b) بين بواسطة الترجع أن: $0\le U_n\le 1$; $(\forall n\in\mathbb{N})$.

.2 نعتبر المتتالية (V_n) بحيث مهما يكن n من : $V_n=(1+2n)U_n$.

a) بين أن (V_n) متتالية هندسية وحدد أساسها وحدها الأول.

b) حدد V_n ثم U_n بدلالة n .

c) حدد نهاية المتتالية U_n .

.3 نضع لكل $n\in\mathbb{N}$: $S_n=U_0+3U_1+5U_2+.....+(2n+1)U_n$

.4 نعتبر المتتالية (w_n) بحيث: $w_n=\ln V_n$. بين أن (w_n) متتالية حسابية ثم استنتج W_n بدلالة n .

Exercice .4 Maths-inter.ma 4. التمرين

الجزء الأول

نعتبر المعادلة التفاضلية : $(E):\quad 4y''+4y'+y=0$

1) حل المعادلة التفاضلية (E).

2) حدد الدالة f حل المعادلة (E) التي تحقق: $f(-1)=1$ و $f'(-1)=\frac{1}{2}$.

الجزء الثاني

نعتبر الدالة f المعرفة على IR بما يلي :
$$\begin{cases} f(x)=(x+2)e^{-\frac{x+1}{2}} & ;\quad x\le -1 \\ f(x)=\frac{1}{4}x^2+\frac{3}{4}-\sqrt{2x+2} & ;\quad -1<x \end{cases}.$$

1) بين أن الدالة f متصلة في -1 .

2) نضع $A=\dfrac{f(x)-f(-1)}{x+1}$

a) بين أنه مهما يكن x من المجال $]-\infty,-1[$ ، فإن $A=e^{-\frac{x+1}{2}}-\frac{1}{2}\left(\dfrac{e^{-\frac{x+1}{2}}-1}{-\frac{x+1}{2}}\right)$

b) بين أن $\displaystyle\lim_{x\to -1^-}\dfrac{e^{-\frac{x+1}{2}}-1}{-\frac{x+1}{2}}=1$ (يمكنك استعمال تغيير المتغير والنهاية الهامة $\displaystyle\lim_{h\to 0}\frac{e^h-1}{h}=1$)

c) بين أن الدالة f قابلة للإشتقاق على يسار النقطة -1 وأن $f'_g(-1)=\frac{1}{2}$.

d) أحسب $\displaystyle\lim_{x\to -1^+}A$ واستنتج أن الدالة f غير قابلة للإشتقاق على يمين النقطة -1 واعط تأويلا هندسيا للنتيجة المحصل عليها.

3) a) بين أن $\displaystyle\lim_{x\to -\infty}f(x)=-\infty$ ثم أدرس الفرع اللانهائي لمنحنى الدالة f بجوار $-\infty$.

b) بين أنه مهما يكن x من المجال $]0,+\infty[$ ، فإن : $f(x)=x^2\left(\frac{1}{4}+\frac{3}{4x^2}-\frac{1}{x}\sqrt{\frac{2}{x}+\frac{2}{x^2}}\right)$.

c) بين أن $\displaystyle\lim_{x\to +\infty}f(x)=+\infty$ ثم أدرس الفرع اللانهائي لمنحنى الدالة f بجوار $+\infty$.

4) بين أنه مهما يكن x من المجال $]-\infty,-1[$ ، فإن : $f'(x)=-\frac{x}{2}e^{-\frac{x+1}{2}}$ واستنتج أن f تزايدية على المجال $]-\infty,-1[$.

5) بين أنه مهما يكن x من المجال $]-1,+\infty[$ ، فإن : $f'(x)=\dfrac{x\sqrt{2x+2}-2}{2\sqrt{2x+2}}$.

6) نضع $A(x)=x\sqrt{2x+2}-2$ و $B(x)=x\sqrt{2x+2}+2$

a) أحسب $A(1)$ ، ثم بين أن $A(x)B(x)=2(x-1)\left((x+1)^2+1\right)$.

b) استنتج أن $A(x)$ و $B(x)$ لهما نفس الإشارة إذا كان $x>1$ و أن لهما إشارتين مختلفتين إذا كان $-1<x<1$.

c) استنتج أن f تزايدية على المجال $]1,+\infty[$ وأنها تناقصية على المجال $]-1,1[$.

7) ضع جدول تغيرات الدالة f على IR.

8) a) أحسب وحدد إشارات الأعداد التالية: $f(-3)$ و $f(-2)$ و $f(-1)$ و $f(0)$ و $f(2)$ و $f(3)$.

b) بين أن المعادلة $f(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α ينتمي الى المجال $]-1,0[$ وتحقق أن $\sqrt{2\alpha+2}=\frac{1}{4}\alpha^2+\frac{3}{4}$.

c) بين أن المعادلة $f(x)=0$ تقبل حلا وحيدا β ينتمي الى المجال $]2,3[$ وتحقق أن $\sqrt{2\beta+2}=\frac{1}{4}\beta^2+\frac{3}{4}$.

الجزء الثالث

نعطي أسفله التمثيل المبياني للدالة f المدروسة في الجزء الثاني (أنظر الشكل 1 في الصفحة الأخيرة) ، أجب على الأسئلة التالية من خلال المعطيات الواردة في المبيان وإذا كان ضروريا من خلال نتائج الجزئين السابقين:

1) لون على الشكل 1 المنحنى (C_f) للدالة f باللون الأزرق .

2) حدد معللا جوابك معادلة المستقيم (Δ) الوارد في الشكل 1 .

3) ليكن g قصور الدالة f على المجال $[\beta,+\infty[$.

a) بين أن g تقبل دالة عكسية g^{-1} معرفة على مجال يجب تحديده .

b) لون على الشكل 1 المنحنى $(C_{g^{-1}})$ للدالة g^{-1} باللون الأخضر .

c) أحسب $g^{-1}(0)$.

d) أثبت مبيانيا أن المعادلة $g^{-1}(x)=x$ تقبل حلا وحيدا ثم حدده.

e) أثبت مبيانيا أن $g^{-1}(x)\geq x \quad ; \quad (\forall x\in[0,6])$

4) نعتبر المتتالية (U_n) المعرفة كما يلي : $U_0=0$ و $U_{n+1}=g^{-1}(U_n)$.

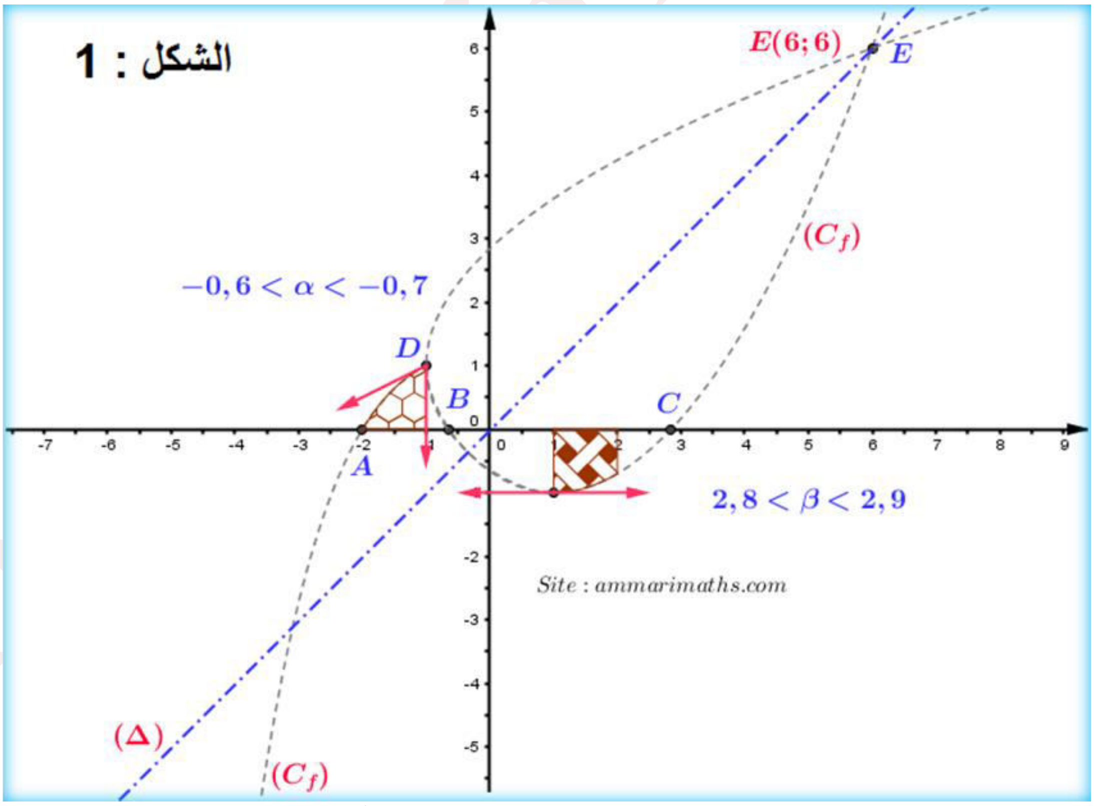
a) بين بواسطة الترجع أن بين أن $0\leq U_n\leq 6\ ; (\forall n\in\mathbb{N})\ (U_n)$

b) بين أن المتتالية (U_n) تزايدية.

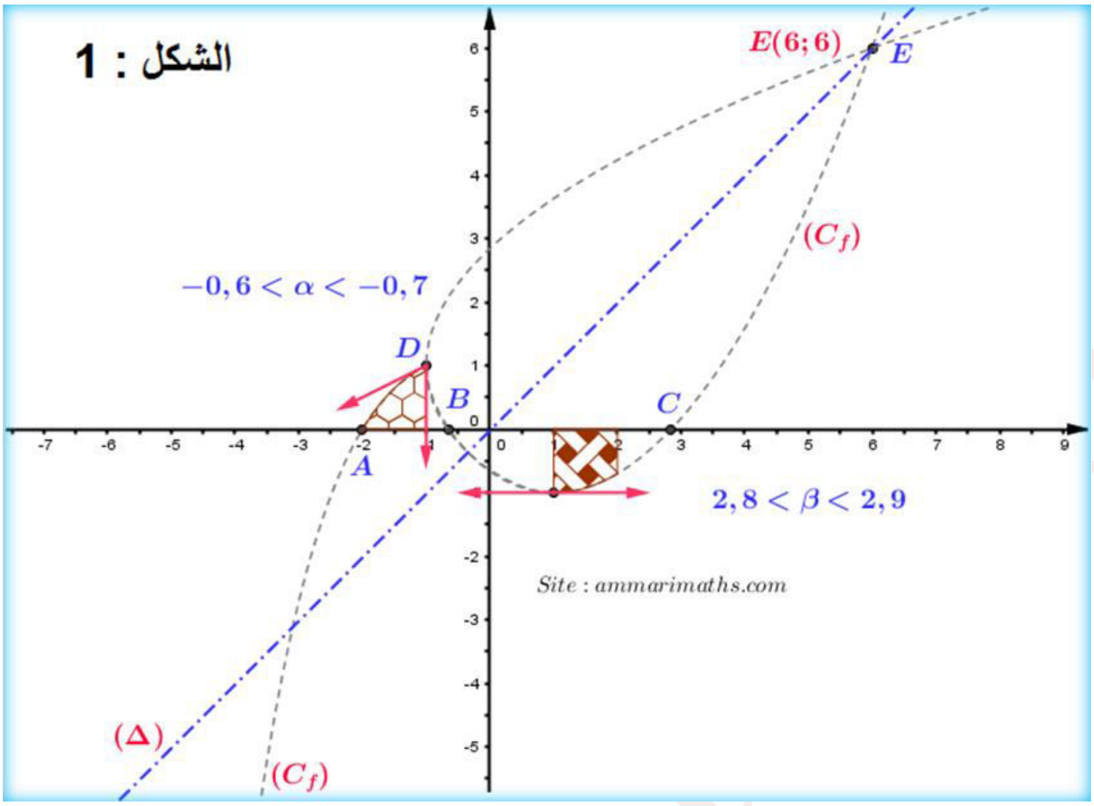
c) بين أن المتتالية (U_n) متقاربة ثم حدد نهايتها .

5) a) أحسب S_1 مساحة الحيز المحصور بين المنحنى (C_f) ومحور الأفاصيل والمستقيمان $\Delta_1 : x=-1$ و $\Delta_2 : x=-2$.

b) أحسب S_2 مساحة الحيز المحصور بين المنحنى (C_f) ومحور الأفاصيل والمستقيمان $D_1 : x=1$ و $D_2 : x=2$.



ترجع هذه الوثيقة مع ورقة التحرير من أجل التصحيح



Bonne Chance