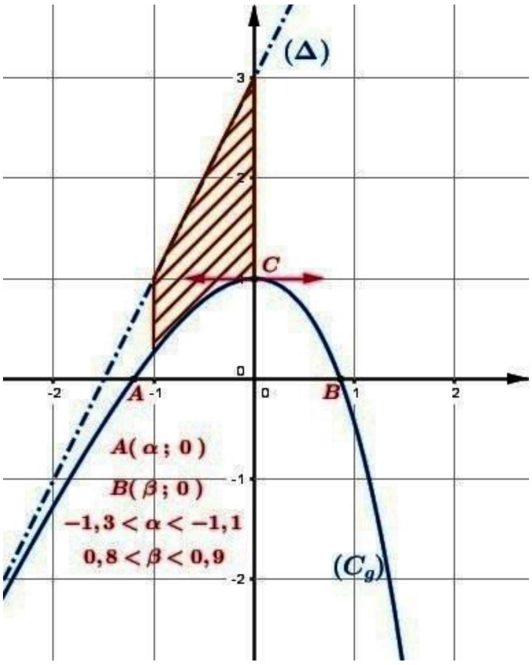
Exercice **.1** Maths-inter.ma points التمرين



الجزء الأول : يحتوي الشكل جانبه على معطيات مبيانية في معلم م م وحدته $1cm$ ، من بينها التمثيل المبياني للدالة g المعرفة والقابلة للإشتقاق على IR و المقارب المائل (Δ) للمنحنى (C_g) و $A(\alpha,0)$ و $B(\beta,0)$ نقطتي تقاطع المنحنى (C_g) مع محور الأفاصيل . بتوظيفك لهذه المعطيات أجب عن الأسئلة التالية:

(1 a) اعط قيم تقريبية للأعداد التالية مع تحديد إشارة كل واحد منها : $g(1)$ ، $g(0)$ ، $g(-1)$ ، $g(-2)$.

b) حدد النهايتين $\lim\limits_{x\to-\infty} g(x)$ و $\lim\limits_{x\to+\infty} g(x)$.

(2 a) حدد المعادلة المختصرة للمستقيم (Δ) المقارب المائل للمنحنى (C_g) .

b) استنتج النهايتين : $\lim\limits_{x\to-\infty} \dfrac{g(x)}{x}$ و $\lim\limits_{x\to-\infty} (g(x)-2x)$.

c) أثبت أن : $\lim\limits_{x\to+\infty} \dfrac{g(x)}{x} = -\infty$.

(3 a) حدد معللا جوابك $g'(0)$ ثم أنجز جدول تغيرات الدالة g.

b) استنتج جدول إشارات $g'(x)$ على IR.

c) أنجز جدول إشارات $g(x)$ على IR.

(4 علما أن صيغة الدالة g هي : $g(x)=2x+3-2e^x$.

a) بين أن : $2e^\alpha = 2\alpha+3$ و $2e^\beta = 2\beta+3$.

b) لتكن S مساحة الحيز المخدش (أنظر الشكل أعلاه) . بين أن $S=2\left(1-\dfrac{1}{e}\right)cm^2$.

c) بين أن القيمة المتوسطة للدالة g على المجال $[\alpha\ ,0]$ هي $\mu=\alpha+1-\dfrac{1}{\alpha}$. تحقق أن $\dfrac{61}{130}<\mu<\dfrac{89}{110}$.

(5 بين أن حجم الجسم المولد بدوران المستقيم (Δ) دورة كاملة حول محور الأفاصيل في مجال $[-1,0]$ هو: $V=\dfrac{13\pi}{3}cm^3$

الجزء الثاني : نعتبر الدالة f المعرفة على IR كما يلي: $f(x)=x^2+3x+2-2e^x$.

(1 a) أحسب $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$ ، ثم أدرس الفرع الانهائي للمنحنى (C_f) بجوار $-\infty$.

b) بين أن $\lim\limits_{x\to+\infty} \dfrac{e^x}{x^2} = +\infty$.

c) أحسب $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ ، ثم أدرس الفرع الانهائي للمنحنى (C_f) بجوار $+\infty$.

d) بين أن $f(\alpha)=\alpha^2+\alpha-1$ و $f(\beta)=\beta^2+\beta-1$ ، ثم أحسب $f(0)$

(2 a) بين أن $f'(x)=g(x)\ ;\ \forall x\in IR$. ثم أحسب $f'(0)$.

b) استنتج جدول تغيرات الدالة f .

c) حدد معادلة المماس (D) للمنحنى (C_f) في النقطة 0 .

d) أدرس تحدب (C_f) محددا نقطة انعطافها .

(3 أنشىء (C_f) والمستقيم (D) في معلم متعامد ممنظم . (نعطي : $f(\alpha)\approx-0{,}8$ و $f(\beta)\approx0{,}6$ و $f(-2{,}2)=f(1{,}4)\approx0$)

(4 ليكن h قصور الدالة f على المجال $I=]-\infty\ ,\alpha]$. بين أن h تقبل دالة عكسية معرفة على مجال J يجب تحديده، ثم أنشىء منحنى الدالة h^{-1} في نفس المعلم السابق.

(5 نقبل بدون برهان أن : $x\le f(x)\ ;\ \forall x\in[\alpha\ ,0]$. ونعتبر المتتالية (U_n) بحيث: $U_0=\alpha$ $U_{n+1}=f(U_n)$

a) بين أن $\alpha\le U_n\le 0\ ;\ \forall n\in IN$.

b) أدرس رتابة المتتالية (U_n) واستنتج أنها متقاربة . حدد نهاية المتتالية (U_n).

Exercice .2 Maths-inter.ma points التمرين

1) حل في $\mathbb{C}$ مجموعة الأعداد العقدية المعادلة التالية : $z^2-2\sqrt{2}.z+4=0$

2) استنتج الحل العام للمعادلة التفاضلية : $y''-2\sqrt{2}.y'+4y=0$

3) a) أخطط كل من $\cos^2 x$ و $\sin^2 x$ باستعمال الحساب المثلثي .

b) أخطط كل من $\cos^2 x$ و $\sin^2 x$ باستعمال الأعداد العقدية .

4) أحسب $M=\int_0^{\pi/2}\cos^2 x dx$ و $N=\int_0^{\pi/2}\sin^2 x dx$.

Exercice .3 Maths-inter.ma points التمرين

1) أحسب : $I_1=\int_0^{\pi/2} x dx$

2) باستعمال مكاملة بالأجزاء أحسب : و $I_2=\int_0^{\pi/2}(x\cos 2x)dx$.

3) نضع : و $J=\int_0^{\pi/2}x\cos^2 xdx$ و $K=\int_0^{\pi/2}x\sin^2 xdx$.

a) بين أن $J+K=\int_0^{\pi/2}xdx$ و استنتج $J+K$.

b) بين أن $J-K=\int_0^{\pi/2}(x\cos 2x)dx$ و استنتج $J-K$.

4) أحسب J و K

Exercice .4 Maths-inter.ma points التمرين

نعتبر المتتالية (U_n) بحيث : $\begin{cases} U_1=6 \\ U_{n+1}=U_n+2+\dfrac{1}{n+1}-\dfrac{1}{n} \end{cases}$

نضع لكل $n\in\mathbb{N}^*$: $V_n=U_n-\dfrac{1}{n}$ و $W_n=e^{U_n-\frac{1}{n}}$

1) a) بين أن (V_n) متتالية حسابية محددا أساسها r .

b) حدد U_n بدلالة n، ثم أحسب : $\lim U_n$.

2) بين أن (W_n) متتالية هندسية محددا أساسها q ، ثم حدد W_n بدلالة n.

3) أحسب المجموع : $S_n=(U_1+U_2+U_3+....+U_n)-\left(1+\dfrac{1}{2}+\dfrac{1}{3}+....+\dfrac{1}{n}\right)$.

4) استنتج المجموع : $\Sigma_n=W_1+W_2+W_3+....+W_n$

Exercice .5 Maths-inter.ma points التمرين

الفضاء المنسوب الى معلم متعامد ممنظم مباشر $(O,\vec{i},\vec{j},\vec{k})$،

1) نعتبر النقط : $A(-2;0;0)$ و $B(0;-1;2)$ و $C(-1;0;2)$.

a) حدد مثلوت إحداثيات المتجهة : $\overrightarrow{AB}\wedge\overrightarrow{AC}$. استنتج S مساحة المثلث ABC.

b) استنتج أن النقط A و B و C غير مستقيمية ، ثم حدد معادلة المستوى (P) المار من النقط A و B و C .

2) لتكن (S) الفلكة المعرفة بالمعادلة : $(S):\quad x^2+y^2+z^2-2x-2y+2z-6=0$.

a) حدد Ω مركز الفلكة وشعاعها R .

b) بين أن المستوى (P) مماس للفلكة .

c) حدد إحداثيات H نقطة تماس (S) والمستوى (P).

Bonne Chance