ثانوية موسى بن نصير	فرض محروس رقم 01	2 بكالوريا علوم رياضية
نيابة الخميسات	الدورة الثانية 2013/2012	مدة الإنجاز : ثلاث ساعات
		ذ : عبدالله بن الختير

■ **التمرين رقم 01:** 02pts bonus

⇦ أحسب التكامل التالي : $I=\int_0^1 \frac{1}{1+x^3}dx$.

■ **التمرين رقم 02:** (05 نقط)

⇦ لتكن $(u_n)_{n\in\mathbb{N}^*-\{1\}}$ و $(v_n)_{n\in\mathbb{N}^*-\{1\}}$ المتتاليتين المعرفتين بما يلي :

لكل $n\in\mathbb{N}^*-\{1\}$: $u_n=\int_0^1\sqrt[n]{1+t^2}dt$ و $v_n=n(u_n-1)$.

1)– أحسب التكامل : $J=\int_0^1\ln(1+t^2)dt$ (يمكنك إستعمال مكاملة بالأجزاء) . 0,5

2)– بين أن : $(\forall n\in\mathbb{N}^*-\{1\});1\le u_n\le\sqrt[n]{2}$ ، ثم إستنتج نهاية $(u_n)_{n\in\mathbb{N}^*-\{1\}}$. 1

3)– أ– بين أن : $(\forall u\in[0,+\infty[);u\le e^u-1\le ue^u$. 0,5

ب– إستنتج أن : $(\forall x\in[0,+\infty[);0\le e^x-(x+1)\le\frac{1}{2}x^2e^x$. 0,75

4)– أ– أثبت أن : $(\forall t\in[0,1]);0\le\sqrt[n]{1+t^2}-\left(1+\frac{1}{n}\ln(1+t^2)\right)\le\frac{\sqrt[n]{2}}{2n^2}(\ln 2)^2$. 1,25

ب– إستنتج نهاية المتتالية $(v_n)_{n\in\mathbb{N}^*-\{1\}}$. 1

■ **التمرين رقم 03:** (05 نقط)

⇦ لتكن f الدالة المعرفة على $\mathbb{R}$ بما يلي :

$$f(0)=\ln 2 \quad \text{و} \quad (\forall x\in\mathbb{R}^*);\ f(x)=\int_x^{2x}\frac{e^{-t^2}}{t}dt\ .$$

1)– تحقق من أن الدالة f زوجية . 0,5

2)– أ– بين أن : $(\forall x\in]0,+\infty[);e^{-4x^2}\ln 2\le f(x)\le e^{-x^2}\ln 2$. 1

ب– أحسب النهاية : $\lim_{x\to+\infty}f(x)$ ، ثم اعط تأويلها الهندسي . 0,5

ج– أدرس إتصال و قابلية إشتقاق الدالة f على اليمين في الصفر . 1

3)– أ– بين أن f قابلة للإشتقاق على $]0,+\infty[$ و أن : 0,75

$$(\forall x\in]0,+\infty[);\ f'(x)=\frac{e^{-4x^2}-e^{-x^2}}{x}\ .$$

ب– ضع جدول تغيرات الدالة f على $\mathbb{R}$. 0,5

4)– أرسم المنحنى (C_f) في معلم متعامد و ممنظم $(O,\vec{i},\vec{j})$ (حيث الوحدة هي $2cm$) . 0,75

■ **التمرين رقم 04:** (02 نقط)

⇦ نعتبر العدد العقدي : $u = e^{i\frac{\pi}{2013}}$.

و نضع : $S = 1 + u^2 + u^4 + \ldots + u^{2012}$.

1)- بين أن : $S = \dfrac{1}{1-u}$. | 0,75

2)- أكتب العدد العقدي S على الشكل الجبري . | 0,75

3)- إستنتج أن : $\cos\left(\dfrac{2\pi}{2013}\right) + \cos\left(\dfrac{4\pi}{2013}\right) + \ldots + \cos\left(\dfrac{2012\pi}{2013}\right) = \dfrac{-1}{2}$. | 0,5

■ **التمرين رقم 05:** (3,5 نقطة)

⇦ في المستوى العقدي (P) المنسوب إلى معلم متعامد ممنظم و مباشر $(O,\vec{u},\vec{v})$ نعتبر النقط A و B و C التي ألحاقها على التوالي: $a = 1$ و $b = j$ و $c = j^2$ ، حيث $j = e^{i\frac{2\pi}{3}}$.

1)- بين أن المثلث ABC متساوي الأضلاع . | 0,5

2)- لتكن $M(z)$ نقطة ما من المستوى العقدي (P) ، و نعتبر الدورانين R_1 و R_2 مركز كل واحد منهما $M(z)$ و زاويتاهما على التوالي $-\dfrac{\pi}{3}$ و $\dfrac{\pi}{3}$ نضع : $A_1 = R_1(A)$ و $B_2 = R_2(B)$.

أ- عبر عن a_1 و b_2 لحقي A_1 و B_2 (على التوالي) بدلالة z . | 0,5

ب- حدد المجموعة (Γ) للنقط $M(z)$ بحيث تكون النقط M و A_1 و B_2 مستقيمية . | 0,75

3)- نفترض فيما يلي أن: $M(z) \notin (\Gamma)$.

أ- بين أن : $\overrightarrow{MA_1} + \overrightarrow{MB_2} = \overrightarrow{MC}$ ، ثم إستنتج طبيعة الرباعي MA_1CB_2 . | 0,5

ب- حدد المجموعة (Γ') للنقط $M(z)$ بحيث يكون الرباعي MA_1CB_2 مستطيلا . | 0,75

ج- هل يمكن للرباعي MA_1CB_2 أن يكون مربعا ؟ علل جوابك . | 0,75

■ **التمرين رقم 06:** (4,5 نقطة)

⇦ نعتبر في المجموعة $\mathbb{C}$ المعادلة :

$(\mathrm{E}): z^3 - 4iz^2 - (4+i)z - 3 + 3i = 0$.

1)- بين أن المعادلة (E) تقبل حلا حقيقيا ينبغي تحديده . | 0,5

2)- حدد z_0 و z_1 و z_2 حلول المعادلة (E) بحيث : $|z_0| < |z_1| < |z_2|$. | 0,75

3)- في المستوى العقدي (P) ، نعتبر النقط : $A(z_0)$ و $B(z_1)$ و $C(z_2)$.

أ- مثل A و B و C في المستوى العقدي (P) ، ثم بين أن النقط O و A و B و C متداورة . | 1,25

ب- نضع : $Z = \dfrac{z - z_2}{z - z_1}$ ، حيث $z \in \mathbb{C} - \{z_1, z_2\}$. | 1,5

❖ حدد و أنشىء في المستوى العقدي (P) مجموعة النقط $M(z)$ في كل حالة مما يلي :

$(i_1): Z \in i\mathbb{R}$ و $(i_2): \arg(Z) \equiv \left(\overline{\overrightarrow{AC}, \overrightarrow{AB}}\right)[\pi]$ و $(i_3): \arg(Z) \equiv \dfrac{\pi}{4}[2\pi]$ و $(i_4): |Z| = 2$.

☐ **تخصص نقطة إضافية لحسن التنظيم و جودة التحرير و الدقة في الأجوبة .**