Exercice .1 Maths-inter 1.

Soient dans l'espace muni du r-o-n-d $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ les points $A(2,1,0)$, $B(0,1,1)$, $C(2,0,1)$, $E(1,-1,1)$, $F(-2,-1,1)$ et $\Omega(-\frac{1}{2},-1,1)$

1) a) On pose : $\vec{n} = \overrightarrow{AB} \wedge \overrightarrow{AC}$ calculer $\vec{n}$. 0,5pts

b) En déduire S_{ABC} l'aire du triangle ABC.

c) Montrer que les points A , B et C définissent Un plan (P).

d) Montrer que l'équation cartésienne du plan (P) est $x+2y+2z-4=0$.

2) Donner une représentation paramétrique de la droite (Δ) passant par Ω et orthogonale à (P).

3) Soit (Γ) l'ensemble des points $M(x,y,z)$ tels que : $EM^2+FM^2=\frac{25}{2}$.

a) Montrer que :

$$EM^2+FM^2=2(x^2+y^2+z^2+x+2y-2z+\frac{9}{2})$$

b) En déduire que (Γ) est la sphère de centre Ω et de rayon $R=2$.

4) a) Montrer que la distance entre le point Ω et le plan (P) est $d=\frac{3}{2}$.

b) En déduire que le plan (P) coupe la sphère (Γ) suivant un cercle (C) dont on déterminera le rayon r.

c) Déterminer les coordonnées du point H centre du cercle (C).

5) a) Déterminer le volume V_1 de la pyramide ΩABC.

b) Déterminer le volume V_2 du cône de sommet Ω et de base le cercle (C).

6) Soit la droite (D) définie par la représentation paramétrique suivante :

$$\begin{cases} x = 2k + 3/2 \\ y = -\sqrt{2}.k - 1 \\ z = \sqrt{2}.k + 1 \end{cases} ; \quad (k \in \mathbb{R})$$

a) Montrer que la distance entre le point Ω et la droite (D) est $d' = \sqrt{2}$, En déduire que la droite (D) coupe la sphère (Γ) En deux points .

b) Déterminer les coordonnées des points d'intersection de (D) et (Γ).

Exercice .2 Maths-inter 2.

Soient dans l'espace muni du r-o-n-d $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ les points $A(0;-1;2)$, $B(-2;0;0)$, $C(-1;0;2)$.

1) a) Calculer $\overrightarrow{AB} \wedge \overrightarrow{AC}$, en déduire S_{ABC} l'aire du triangle ABC.

b) Montrer que les points A , B et C définissent Un plan (P) dont on déterminera l'équation.

2) Soit (S) la sphère de centre $\Omega(3;-1;2)$ dont l'intersection avec le plan (P) est un cercle (C) de rayon $r=\sqrt{5}$.

a) Calculer la distance d entre Ω et (P).

b) En déduire le rayon R de la sphère (S).

c) Déterminer l'équation cartésienne de (S).

3) Soit (Δ) la droite passant par Ω et orthogonale à (P).

a) Donner une représentation paramétrique de la droite (Δ).

b) Déterminer les coordonnées du point H centre du cercle (C).

4) a) Déterminer le volume V_1 de la pyramide ΩABC.

b) Déterminer le volume V_2 du cône de sommet Ω et de base le cercle (C).

5) Déterminer les équations des plans (Q_1) et (Q_2) parallèles au plan (P) et tangents à la sphère (S).

Voir les Solutions en bas