Exercice .1 — Site : maths-inter.ma -Bac Sm -2018 – Ss2

1) Pour tout nombre complexe non nul z différent de i on pose : $h(z)=i\left(\dfrac{z-2i}{z-i}\right)$

a) Vérifier que : $h(z)=z \iff z^2-2iz-2=0$

b) Résoudre dans $\mathbb{C}$ l'équation : $(E):\ z^2-2iz-2=0$

2) le plan complexe est rapporté au repère orthonormé direct $\left(O,\vec{e_1},\vec{e_2}\right)$

On désigne par a et b les solutions de l'équation (E) tels que $\mathrm{Re}(a)=1$

Soit z un nombre complexe différent de i de a et de b et les points $M(z)$, $M'(h(z))$, $A(a)$ et $B(b)$.

a) Montrer que : $\dfrac{h(z)-a}{h(z)-b}=\dfrac{z-a}{z-b}$. b) En déduire que : $(\widehat{\overrightarrow{M'B},\overrightarrow{M'A}})\equiv\pi+(\widehat{\overrightarrow{MB},\overrightarrow{MA}})\ [2\pi]$

3) a) Montrer que si les points M , A et B sont alignés alors les points M , A et B et M' sont alignés.

b) Montrer que si les points M , A et B ne sont pas alignés alors les points M , A et B et M' sont Cocycliques.

Exercice .2 — Site : maths-inter.ma -Bac Sm -2018 – Ss1

Soit m un nombre complexe.

Partie I : On considère dans l'ensemble $\mathbb{C}$ l'équation : $(E_m):\ z^2+(im+2)z+im+2-m=0$

1) a) Vérifier que $\Delta=(im-2i)^2$ est le discriminant de l'équation (E_m)

b) Donner, suivant les valeurs de m, l'ensemble des solutions de l'équation (E_m)

2) Pour $m=i\sqrt{2}$, écrire les deux racines de l'équation (E_m) sous la forme exponentielle.

Partie II : le plan complexe est rapporté au repère orthonormé direct $\left(O,\vec{u},\vec{v}\right)$

On considère les points A, Ω, M et M' d'affixes respectifs $a=-1-i$, $\omega=i$, m et $m'=-im-1+i$.

1) Soit R la rotation d'angle $-\dfrac{\pi}{2}$ qui transforme M en M'.

a) Vérifier que Ω est le centre de la rotation R.

b) Déterminer l'affixe b de B, où B est le point tel que $A=R(B)$.

2) a) Vérifier que : $m'-a=\dfrac{\omega-a}{\omega-b}(m-b)$.

b) En déduire que les points A, M et M' sont alignés si et seulement si les points A, B, Ω et M sont cocycliques.

c) Montrer que l'ensemble des points M tels que les points A, M et M' sont alignés est un cercle dont on déterminera le centre et le rayon.

Exercice .3 — Site : maths-inter.ma -Bac Sm -2017 – Ss2

le plan complexe est rapporté au repère orthonormé direct $\left(O,\vec{e_1},\vec{e_2}\right)$

Soit M le point d'affixe le nombre complexe non nul z et M' le point d'affixe $z'=\dfrac{1}{2}\left(z+\dfrac{1}{z}\right)$

1) Déterminer le nombre complexe z tel que les deux points M et M' soient confondus.

2) On suppose que le point M est différent des deux points A et B d'affixes respectifs 1 et -1.

Montrer que : $\dfrac{z'+1}{z'-1}=\left(\dfrac{z+1}{z-1}\right)^2$.

3) Soit (Δ) la médiatrice du segment $[AB]$.

Montrer que : Si le point M appartient à (Δ), alors le point M' appartient à (Δ).

4) Soit (Γ) le cercle dont l'un des diamètres est le segment $[AB]$.

Montrer que : Si le point M appartient à (Γ), alors le point M' appartient à (AB).

Exercice 4

Site : maths-inter.ma -Bac Sm -2017 – Ss1

Soit m un nombre complexe non nul.

Partie I :

On considère dans l'ensemble des nombres complexes $\mathbb{C}$ l'équation (E_m) d'inconnue z :

$$(E):\ 2z^2-2(m+1+i)z+m^2+(1+i)m+i=0$$

1) Vérifier que le discriminant de l'équation (E_m) est $\Delta=(2im)^2$
2) Résoudre dans $\mathbb{C}$ l'équation (E_m).

Partie II :

le plan complexe est rapporté au repère orthonormé direct $\left(O,\vec{e_1},\vec{e_2}\right)$.

On suppose que $m\in C-\{0,1,i\}$ et on pose : $z_1=\frac{1+i}{2}(m+1)$ et $z_2=\frac{1-i}{2}(m+i)$

On considère les points A, B, M, M_1 et M_2 d'affixes respectifs 1, i, m, z_1 et z_2.

1) a) Vérifier que : $z_1=iz_2+1$

   b) Montrer que M_1 est l'image de M_2 par la rotation de centre Ω d'affixe $\omega=\frac{1+i}{2}$ et d'angle $\frac{\pi}{2}$.

2) a) Vérifier que : $\frac{z_2-m}{z_1-m}=i\frac{m-1}{m-i}$

3) a) Montrer que si les points M et M_1 et M_2 sont alignés, alors le point M appartient au cercle (Γ) dont l'un des diamètres est le segment $[AB]$.

   b) Déterminer l'ensemble des points M tels que les points Ω, M, M_1 et M_2 sont cocycliques.

   (remarquer que : $\frac{z_1-\omega}{z_2-\omega}=i$)

Exercice 5

Site : maths-inter.ma -Bac Sm -2016 – Ss2

On considère dans l'ensemble des nombres complexes $\mathbb{C}$ l'équation (E) d'inconnue z :

$$(E):\ z^2-(1+\sqrt{3})(1+i)z+4i=0$$

1) a) Vérifier que $D=\left((\sqrt{3}-1)(1-i)\right)^2$ est le discriminant de l'équation (E)

   b) Ecrire sous forme exponentielle chacune des solutions de l'équation (E)

2) le plan complexe est rapporté au repère orthonormé direct $\left(O,\vec{u},\vec{v}\right)$

On considère les points A et B d'affixes respectifs $a=1+i\sqrt{3}$ et $b=\sqrt{3}+i$.

   a) Montrer que l'ensemble (D) des points $M(z)$ tels que $z=\frac{1}{2}a\bar{z}$ est une droite passant par B.

   b) Soient M et M' deux points d'affixes respectifs z et z' tels que $z'=a\bar{z}-b$ et .

   Montrer que : $\frac{b^2}{(z'-b)(z-b)}=\frac{2}{|z-b|^2}$

   c) En déduire que la droite (D) est la bissectrice de l'angle $(\widehat{\overrightarrow{BM},\overrightarrow{BM'}})$

Bon Courage