Exercice .1 — Site : maths-inter.ma -Bac 2015 – Ss2

Soit dans l'espace muni d'un repère orthonormé direct $(O,\vec{i},\vec{j},\vec{k})$, le plan $(P)$ : $2x-z-2=0$ et la sphère $(S)$ : $x^2+y^2+z^2+2x-2z-7=0$

1) montrer que le centre de la sphère $(S)$ est le point $\Omega(-1;0;1)$ et que son centre est $3$ .

2) a) Calculer la distance $d(\Omega,(P))$

b) en déduire que le plan $(P)$ coupe la sphère $(S)$ suivant un cercle $(\Gamma)$.

3) Montrer que le rayon du cercle $(\Gamma)$ est égal à 2 et déterminer les coordonnées de son centre $H$.

Exercice .2 — Site : maths-inter.ma -Bac 2015 – Ss1 Version B

Soit dans l'espace muni d'un repère orthonormé direct $(O,\vec{i},\vec{j},\vec{k})$, le plan $(P)$ : $x+y+z+4=0$ et la sphère $(S)$ de centre $\Omega(1;-1;-1)$ et de rayon $R=\sqrt{3}$.

1) a) Calculer la distance $d(\Omega,(P))$ , en déduire que le plan $(P)$ est tangent à la sphère $(S)$.

b) Vérifier que le point de tangence de la sphère $(S)$ et le plan $(P)$ est le point $H(0;-2;-2)$.

2) Soient les points $A(2;1;1)$ et $B(1;0;1)$.

a) Vérifier que $\overrightarrow{OA}\wedge\overrightarrow{OB}=\vec{i}-\vec{j}-\vec{k}$ , en déduire que $x-y-z=0$ est une équation cartésienne du plan $(OAB)$

b) Déterminer une équation paramétrique de la droite $(\Delta)$ passant par le point $\Omega$ et orthogonale au plan $(OAB)$.

c) Déterminer les coordonnées de chacun des points d'intersection de la droite $(\Delta)$ et de la sphère $(S)$.

Exercice .3 — Site : maths-inter.ma -Bac 2015 – Ss1 Version A

Soit dans l'espace muni d'un repère orthonormé direct $(O,\vec{i},\vec{j},\vec{k})$, les points $A(2,1,0)$ et $B(-4,1,0)$.

1) Soit $(P)$ le plan passant par $A$ et de vecteur normal $\vec{U}=\vec{i}+\vec{j}-\vec{k}$.
Montrer que $x+y-z-3=0$ est une équation cartésienne de $(P)$.

2) Soit $(S)$ l'ensemble de points $M$ vérifiant la relation : $\overrightarrow{MA}.\overrightarrow{MB}=0$.
Montrer que $(S)$ est la sphère de centre $\Omega(-1;1;0)$ et de rayon 3.

3) a) Calculer la distance du point $\Omega$ au plan $(P)$, en déduire que $(P)$ coupe la sphère $(S)$ suivant un cercle $(C)$.

b) Démontrer que le centre du cercle $(C)$ est $H(0;2;-1)$.

4) Montrer que : $\overrightarrow{OH}\wedge\overrightarrow{OB}=\vec{i}+4\vec{j}+8\vec{k}$
En déduire l'aire du triangle $OHB$.

Exercice .4 — Site : maths-inter.ma -Bac 2014 – Ss2

Soit dans l'espace muni d'un repère orthonormé direct $(O,\vec{i},\vec{j},\vec{k})$, le point $A(0,0,1)$, le plan $(P)$ : $2x+y-2z-7=0$ et la sphère $(S)$ de centre $\Omega(0,3,-2)$ et de rayon $3$.

1) a) Montrer que $\begin{cases} x=2t \\ y=t \\ z=1-2t \end{cases} \quad (t\in\mathbb{R})$ est la représentation paramétrique de la droite $(\Delta)$ passant par $A$ et perpendiculaire à $(P)$ .

b) Vérifier que $H(2,1,-1)$ est d'intersection de $(P)$ et de $(\Delta)$.

2) a) Posons $\vec{U}=2\vec{i}+\vec{j}-2\vec{k}$ , montrer que $\overrightarrow{\Omega A}\wedge\vec{U}=3(\vec{i}+2\vec{j}+2\vec{k})$

b) Montrer que la distance entre le point $\Omega$ et $(\Delta)$ est égale à $3$.

c) En déduire que la droite $(\Delta)$ est tangente à la sphère $(S)$ et vérifier que $H$ est le point de tangence entre $(\Delta)$ et $(S)$.

Bonne Chance

Exercice .5 — Site : maths-inter.ma -Bac 2014 – Ss1

Dans l'espace muni d'un repère orthonormé direct $(O,\vec{i},\vec{j},\vec{k})$, on considère les points $A(0,3,1)$ , $B(-1,3,0)$ , $C(0,5,0)$ et la sphère $(S)$ d'équation $x^2+y^2+z^2-4x-5=0$.

1) a) Montrer que $\overrightarrow{AB}\wedge\overrightarrow{AC}=2\vec{i}-\vec{j}-2\vec{k}$ en déduire que les points $A$ , $B$ et $C$ sont non alignés.

b) Montrer que $2x-y-2z+5=0$ est une équation cartésienne du plan $(ABC)$.

2) a) Montrer que le centre de la sphère $(S)$ est $\Omega(2,0,0)$ et que son rayon est $3$.

b) Montrer que le plan $(ABC)$ est tangent à la sphère $(S)$.

c) Déterminer les coordonnées de $H$ point de tangence du plan $(ABC)$ et de la sphère $(S)$.

Exercice .6 — Site : maths-inter.ma -Bac 2013 – Ss2

Dans l'espace muni d'un repère orthonormé direct $(O,\vec{i},\vec{j},\vec{k})$, on considère les points $A(0,0,1)$ , $B(1,1,1)$ , $C(2,1,2)$ et la sphère $(S)$ de centre $\Omega(1,-1,0)$ et de rayon $\sqrt{3}$.

1) Montrer que : $x^2+y^2+z^2-2x+2y-1=0$ est une équation cartésienne de la sphère $(S)$ et vérifier que le point $A$ appartient à $(S)$.

2) a) Montrer que $\overrightarrow{AB}\wedge\overrightarrow{AC}=\vec{i}-\vec{j}-\vec{k}$ en déduire que $x-y-z+1=0$ est une équation cartésienne du plan $(ABC)$.

b) Calculer la distance $d(\Omega,(ABC))$, en déduire que le plan $(ABC)$ est tangent à la sphère $(S)$ au point $A$.

3) Soit $(\Delta)$ la droite perpendiculaire au plan $(ABC)$ et passant par $\Omega$ .

a) Déterminer une représentation paramétrique de la droite $(\Delta)$ .

b) Déterminer les coordonnées de chacun des points d'intersection de la droite $(\Delta)$ et de la sphère $(S)$.

Exercice .7 — Site : maths-inter.ma -Bac 2013 – Ss1

Dans l'espace muni d'un repère orthonormé direct $(O,\vec{i},\vec{j},\vec{k})$, on considère les points $A(-1,1,0)$ , $B(1,0,1)$ et la sphère $(S)$ de centre $\Omega(1,1,-1)$ et de rayon $3$.

1) a) Montrer que $\overrightarrow{OA}\wedge\overrightarrow{OB}=\vec{i}+\vec{j}-\vec{k}$ et vérifier que : $x+y-z=0$ e st une équation cartésienne du plan $(OAB)$.

b) Vérifier que $d(\Omega,(OAB))=\sqrt{3}$, en déduire que le plan $(OAB)$ coupe la sphère $(S)$ suivant un cercle $(\Gamma)$ de rayon $\sqrt{6}$.

2) Soit $(\Delta)$ la droite perpendiculaire au plan $(OAB)$ et passant par $\Omega$ .

a) Déterminer une représentation paramétrique de la droite $(\Delta)$ .

b) Déterminer les coordonnées du centre du cercle $(\Gamma)$.

Bonne Chance