Exercice .1 — Site : maths-inter.ma -Bac 2016 – Ss2

Soit la suite numérique (U_n) définie par :

$U_0 = 2$; $(\forall n \in \mathbb{N})$; $U_{n+1} = \frac{1}{16}U_n + \frac{15}{16}$

1) a) Montrer que : $(\forall n \in \mathbb{N})$; $1 < U_n$

b) Vérifier que : $U_{n+1} - U_n = -\frac{15}{16}(U_n - 1)$, puis démontrer que (U_n) est strictement décroissante.

c) En déduire que la suite (U_n) est convergente.

2) On considère la suite (V_n) telle que: $V_n = U_n - 1$

a) Montrer que (V_n) est une suite géométrique de raison $q = \frac{1}{16}$ et donner V_n en fonction de n.

b) Montrer que $U_n = 1 + \left(\frac{1}{16}\right)^n$ puis calculer la limite de la suite (U_n).

Exercice .2 — Site : maths-inter.ma -Bac 2016 – Ss1

Soit la suite numérique (U_n) définie par :

$U_0 = 2$; $(\forall n \in \mathbb{N})$; $U_{n+1} = \frac{3 + U_n}{5 - U_n}$

1) Montrer que $(\forall n \in \mathbb{N})$; $U_{n+1} - 3 = \frac{4(U_n - 3)}{2 + (3 - U_n)}$.

Puis montrer : $(\forall n \in \mathbb{N})$; $U_n < 3$

2) Soit la suite (V_n) définie par : $V_n = \frac{U_n - 1}{3 - U_n}$.

a) Montrer que (V_n) est une suite géométrique de raison $q = \frac{1}{2}$. En déduire que $V_n = \left(\frac{1}{2}\right)^n$.

b) Montrer que $U_n = \frac{1 + 3V_n}{1 + V_n}$, puis calculer U_n en fonction de n.

c) Calculer $\lim\limits_{n \to +\infty} U_n$.

Exercice .3 — Site : maths-inter.ma -Bac 2015 – Ss2

On considère la suite numérique (U_n) définie par :

$U_0 = 4$; $(\forall n \in \mathbb{N})$; $U_{n+1} = \frac{2}{3}U_n + 3$

1) Montrer par récurrence que $(\forall n \in \mathbb{N})$; $U_n < 5$

2) Vérifier que $U_{n+1} - U_n = \frac{3}{5}(5 - U_n)$

En déduire que (U_n) est strictement croissante.

3) Démontrer que la suite (U_n) est convergente.

4) Soit la suite (V_n) telle que : $V_n = 5 - U_n$

a) Montrer que (V_n) est géométrique de raison $q = \frac{2}{5}$ et donner V_n en fonction de n.

b) Montrer que $U_n = 5 - \left(\frac{2}{5}\right)^n$ pour tout entier n, puis calculer la limite de la suite (U_n).

Exercice .4 — Site : maths-inter.ma -Bac 2015 – Ss1 Version B (Réctifié)

Soit la fonction h définie sur $]-\infty, 0]$ par :

$h(x) = \frac{x}{e^x - 2x}$ et soit la suite (U_n) telle que :

$U_0 = -2$ et $(\forall n \in \mathbb{N})$; $U_{n+1} = h(U_n)$

1) a) Montrer que h est bien définie sur $]-\infty, 0]$.

b) Montrer que :

$(\forall x \in]-\infty, 0])$; $h'(x) = (1 - x)\frac{e^x}{(e^x - 2x)^2}$

en déduire le sens des variations de la fonction h sur $]-\infty, 0]$.

2) Montrer par récurrence que $(\forall n \in \mathbb{N})$; $0 \leq U_n$.

3) On admet que : $(\forall x \in]-\infty, 0])$; $h(x) \geq x$

b) Montrer que (U_n) est strictement croissante, en déduire que (U_n) est convergente.

b) Déterminer la limite de la suite (U_n).

Bonne Chance