Partie I :

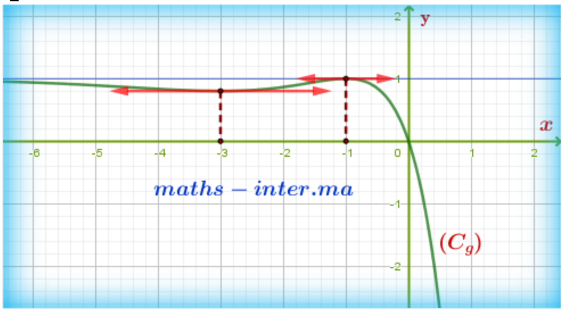
On considère la fonction g définie sur $\mathbb{R}$ par : $g(x)=1-(x+1)^2e^x$

1) Vérifier que $g(0)=0$ 0,25 pts

2) En partant de la courbe (C_g) de la fonction g (Voir figure ci-dessous), Montrer que : 1 pts

$g(x)\geq 0$ pour tout x de $]-\infty,0]$.

$g(x)\leq 0$ pour tout x de $[0,+\infty[$.



Partie II :

On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par : $f(x)=x+1-(x^2+1)e^x$

(C_f) est la courbe représentative de f dans un repère orthonormé $(O;\vec{i};\vec{j})$ d'unité 2cm.

1) a) Vérifier que $f(x)=x+1-4\left(\dfrac{x}{2}e^{\frac{x}{2}}\right)^2-e^x$, pour tout x de $\mathbb{R}$, en déduire que $\lim\limits_{x\to-\infty}f(x)=-\infty$. 0,75 pts

b) Calculer $\lim\limits_{x\to-\infty}[f(x)-(x+1)]$, en déduire que

la droite $(D): y=x+1$ est une asymptote à (C_f) au voisinage de $-\infty$. 0,5 pts

c) Montrer que (C_f) se trouve en dessous de la droite (D). 0,25 pts

2) a) Montrer que $\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)=-\infty$.

(Remarquer que : $f(x)=x\left[1+\dfrac{1}{x}-\left(x+\dfrac{1}{x}\right)e^x\right]$) 0,5 pts

b) Etudier la branche infinie de (C_f) en $+\infty$. 0,25 pts

3) a) Montrer que $f'(x)=g(x)$. pour tout x de $\mathbb{R}$. 0,75 pts

b) Etudier les variations de f et dresser son tableau de variations. 0,75 pts

c) Montrer que (C_f) admet deux points d'inflexions dont on déterminera les abscisses. 0,75 pts

4) Tracer sur le même repère $(O;\vec{i};\vec{j})$, la droite (D) et la courbe (C_f). 1 pts

(On prend $f(-3)\approx-2{,}5$ et $f(-1)\approx-0{,}75$)

5) a) Vérifier que la fonction $H: x \mapsto (x-1)e^x$ est une primitive de la fonction $h: x\mapsto xe^x$ sur $\mathbb{R}$, puis

Calculer $\int_{-1}^{0}xe^x dx=\dfrac{2}{e}-1$. 0,5 pts

b) Montrer, en utilisant une intégration par parties, que : $\int_{-1}^{0}(x^2+1)e^x dx=3\left(1-\dfrac{2}{e}\right)$. 0,75 pts

c) Calculer, en cm^2, l'aire du domaine limité par la courbe (C_f), la droite (D), l'axe des ordonnées et la droite d'équation $x=-1$. 0,5 pts

Bonne Chance