Partie I : On considère la fonction g définie sur $]0,+\infty[$ par : $g(x)=\frac{2}{x}-1+2\ln x$

On donne ,ci-contre, le tableau de variations de g sur $]0,+\infty[$

x	0		1		$+\infty$
$g'(x)$		$-$	0	$+$	
$g(x)$	$+\infty$	$\searrow$	$g(1)$	$\nearrow$	$+\infty$

1) Calculer $g(1)$ 0,25 pts
2) En partant du tableau de variations de la fonction g
Montrer que :
$g(x)>0$ pour tout x de $]0,+\infty[$ 0,75 pts

Partie II : On considère la fonction f définie sur $]0,+\infty[$ par : $f(x)=3-3x+2(x+1)\ln x$

(C_f) est la courbe représentative de f dans un repère orthonormé $(O;\vec{i};\vec{j})$ d'unité 2cm.

1) Calculer $\lim\limits_{x\to0^+} f(x)$ et interpréter le résultat géométriquement. 0,75 pts

2) a) Calculer $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$. 0,25 pts

(Remarquer que $f(x)$ s'écrit sous la forme $f(x)=x\left[\frac{3}{x}-3+2\left(1+\frac{1}{x}\right)\ln x\right]$)

b) Etudier la branche infinie de (C_f) au voisinage de $+\infty$. 0,5 pts

3) a) Montrer que $f'(x)=g(x)$. pour tout x de $]0,+\infty[$. 0,75 pts
b) Etudier les variations de f , puis dresser son tableau de variations sur $]0,+\infty[$. 0,75 pts

4) a) Montrer que $I(1,0)$ est un point d'inflexion pour la courbe (C_f) 0,5 pts
b) Montrer que $y=x-1$ est l'équation de la tangente (T) au point $I(1,0)$ à la courbe (C_f). 0,25 pts
c) Tracer sur le même repère $(O;\vec{i};\vec{j})$, la droite (T) et la courbe (C_f). 1 pts

5) a) Montrer que $\int_1^2\left(1+\frac{x}{2}\right)dx=\frac{7}{4}$. 0,5 pts

b) Montrer, en utilisant une intégration par parties, que : $\int_1^2(x+1)\ln x\,dx=4\ln2-\frac{7}{4}$. 0,75 pts

c) Calculer, en cm^2, l'aire du domaine limité par la courbe (C_f), l'axe des abscisses et les droites d'équations $x=1$ et $x=2$. 0,5 pts

6) Résoudre graphiquement , dans l'intervalle $]0,+\infty[$, l'inéquation : $(x+1)\ln x\geq\frac{3}{2}(x-1)$

Bonne Chance