Partie I : On considère la fonction g définie sur $]0,+\infty[$ par : $g(x)=1-x+x\ln x$

1) a) Montrer que $g'(x)=\ln x$ pour tout x de $]0,+\infty[$ 0,5 pts
   b) Etudier les variations de la fonction g et dresser son tableau de variations. 0,5 pts
2) Calculer $g(1)$, en déduire le signe de $g(x)$ dans l'intervalle $]0,+\infty[$. 0,75 pts

Partie II : On considère la fonction f définie sur $]0,+\infty[$ par : $f(x)=3-\frac{1}{x^2}-\frac{2\ln x}{x}$.
(C_f) est la courbe représentative de f dans un repère orthonormé $(O;\vec{i};\vec{j})$ d'unité 1cm.

1) Calculer $\lim\limits_{x\to 0^+} f(x)$ et interpréter le résultat géométriquement. 0,75 pts

2) Calculer $\lim\limits_{x\to +\infty} f(x)$ en déduire la nature de la branche infinie de (C_f) au voisinage de $+\infty$. 0,75 pts

3) a) Montrer que $f'(x)=\frac{2g(x)}{x^3}$ pour tout x de $]0,+\infty[$. 0,75 pts
   b) Calculer $f'(1)$ et interpréter le résultat obtenu géométriquement. 0,25 pts
   c) Etudier les variations de f, puis dresser son tableau de variations sur $]0,+\infty[$. 0,5 pts

4) Construire la courbe (C_f) sur le repère $(O;\vec{i};\vec{j})$. 0,75 pts
   (On admet que (C_f) admet deux points d'inflexion sachant que l'abscisse de l'un est égal à 1 et l'abscisse de l'autre est compris entre 2 et 2,5 et on prend $f(0,3)\approx 0$)

5) a) Montrer que $\int_1^e \frac{2\ln x}{x}dx=1$. 0,5 pts
   b) Calculer, en cm^2, l'aire du domaine limité par la courbe (C_f), l'axe des abscisses et les droites d'équations $x=1$ et $x=e$. 0,75 pts

6) Soit h la fonction numérique définie sur IR^* par: $h(x)=3-\frac{1}{x^2}+\frac{2\ln(x^2)}{|x|}$
   a) Montrer que la fonction h est paire et que $h(x)=f(x)$ pour tout x de $]0,+\infty[$ 0,75 pts
   b) Construire sur le même repère $(O;\vec{i};\vec{j})$, la courbe (C_h) représentative de la fonction h. 0,5 pts

Bonne Chance