Partie I : On considère la fonction g définie sur $\mathbb{R}$ par : $g(x)=e^{x}-2x$

1) Calculer $g'(x)$, étudier les variations de g, puis dresser son tableau de variations sur $\mathbb{R}$ 0,75 pts
2) Vérifier que $g(\ln 2)=2(1-\ln 2)$, puis déterminer le signe de $g(\ln 2)$ 0,5 pts
3) En déduire que $g(x)>0$ pour tout x de $\mathbb{R}$. 0,5 pts

Partie II :

On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par : $f(x)=\dfrac{x}{e^{x}-2x}$

(C_f) est la courbe représentative de f dans un repère orthonormé $(O;\vec{i};\vec{j})$ d'unité 1cm.

1) a) Montrer que $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=0$ et $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)=-\dfrac{1}{2}$. 1 pts
   b) Donner une interprétation géométrique pour chacun des résultats précédents. 0,5 pts
2) a) Montrer que $f'(x)=\dfrac{(1-x)e^{x}}{(e^{x}-2x)^{2}}$. pour tout x de $\mathbb{R}$. 0,75 pts
   b) Etudier les variations de f et dresser son tableau de variations. 0,75 pts
   c) Montrer que $y=x$ est l'équation de la tangente (T) à (C_f) au point O origine du repère. 0,25 pts
3) Tracer sur le même repère $(O;\vec{i};\vec{j})$, la droite (T) et la courbe (C_f). 1 pts
   (On prend $\dfrac{1}{e-2}\approx 1{,}4$ et on admet que (C_f) admet deux points d'inflexions tels que l'abscisse de l'un appartient à l'intervalle $]0,1[$ et l'abscisse de l'autre est supérieur à $\dfrac{3}{2}$)
4) a) Montrer que $xe^{-x}\le\dfrac{x}{e^{x}-2x}\le\dfrac{1}{e-2}$ pour tout x de l'intervalle $[0,+\infty[$ 0,75 pts .
   b) Montrer que $\int_0^1 xe^{-x}dx=1-\dfrac{2}{e}$
   c) Soit $A(E)$ l'aire, en cm^2, du domaine limité par la courbe (C_f), l'axe des abscisses et les droites d'équations $x=0$ et $x=1$. 0,5 pts
   Montrer que $1-\dfrac{2}{e}\le A(E)\le\dfrac{1}{e-2}$.

Partie III : Soit h la fonction numérique définie sur l'intervalle $]-\infty,0]$ par : $h(x)=f(x)$

1) Montrer que la fonction h admet une fonction réciproque h^{-1} définie sur un intervalle J qu'on déterminera. 0,5 pts
2) Construire sur le même repère $(O;\vec{i};\vec{j})$, la courbe $(C_{h^{-1}})$ de la fonction h^{-1}. 0,5 pts

Partie IV : On considère la suite (u_n) définie par : $u_0=-2$ et $u_{n+1}=h(u_n)$ pour tout $n\in\mathbb{N}$.

1) Montrer par récurrence que pour tout $n\in\mathbb{N}$; $u_n\le 0$. 0,5 pts
2) Montrer que la suite (u_n) est croissante. 0,75 pts
3) En déduire que la suite (u_n) est convergente et calculer sa limite. 0,75 pts

Bonne Chance