On considère la fonction f définie sur IR par : $f(x)=\left(xe^{x}-1\right)e^{x}$

(C_f) est la courbe représentative de f dans un repère orthonormé $(O;\vec{i};\vec{j})$ d'unité $2cm$.

1) Calculer $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$ et donner une interprétation géométrique du résultat. 0,75 pts

2) a) Calculer $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ et $\lim\limits_{x\to+\infty} \frac{f(x)}{x}$. 0,75 pts

b) En déduire la nature de la branche infinie de (C_f) au voisinage de $+\infty$. 0,5 pts

3) a) Montrer que $f'(x)=e^{x}\left(e^{x}-1+2xe^{x}\right)$ pour tout x de IR et vérifier que $f'(0)=0$. 1 pts

b) Etudier le signe de $e^{x}-1$ sur IR. 0,5 pts

c) Etudier les variations de la fonction f et dresser son tableau de variations sur IR. 1,25 pts

4) a) Montrer que l'équation $f(x)=0$ admet une solution unique α dans $]0,+\infty[$ et en admettant que $\frac{1}{2}e^{\frac{1}{2}}<1$, montrer que $\frac{1}{2}<\alpha<1$. 0,75 pts

b) Construire la courbe (C_f) dans le repère $(O;\vec{i};\vec{j})$ 0,75 pts

(On admet que (C_f) admet un point d'inflexion unique dont les coordonnées ne sont pas demandées).

5) Montrer que $\int_0^{1/2} xe^{2x}dx=\frac{1}{4}$. 0,75 pts

6) Calculer, en cm^2, l'aire du domaine limité par la courbe (C_f), l'axe des abscisses et les droites d'équations respectives $x=0$ et $x=\frac{1}{2}$. 1 pts

Bonne Chance