

Exercice .1

Site : maths-inter.ma -Bac 2016 - Ss1

.1

1) Résoudre dans  $\mathbb{C}$ , l'équation :  $z^2 - 4z + 29 = 0$ .

2) Dans le plan muni d'un repère orthonormé, on considère les points A, B et  $\Omega$  d'affixes respectives a, b et  $\omega$  telles que :

$$a = 5 + 2i \quad \text{et} \quad b = 5 + 8i \quad \text{et} \quad \omega = 2 + 5i$$

a) Soit u le nombre complexe :  $u = b - \omega$ .

Montrer que  $\arg u \equiv \frac{\pi}{4} [2\pi]$

b) Déterminer un argument du nombre complexe

$\bar{u}$  (conjugué de u)

c) Vérifier que  $a - \omega = \bar{u}$ , en déduire que

$$\Omega A = \Omega B \quad \text{et} \quad \arg\left(\frac{b - \omega}{a - \omega}\right) \equiv \frac{\pi}{2} [2\pi].$$

d) Soit R la rotation de centre  $\Omega$  et d'angle  $\frac{\pi}{2}$ .  
Déterminer l'image du point A par la rotation R.

Exercice .2

Site : maths-inter.ma -Bac 2016 - Ss1

.2

Dans l'espace rapporté à un repère orthonormé direct  $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ , on considère les points A(2,1,3), B(3,1,1), C(2,2,1) et la sphère (S) d'équation :  $x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 2y - 34 = 0$ .

1) a) Montrer que  $\overrightarrow{AB} \wedge \overrightarrow{AC} = 2\vec{i} + 2\vec{j} + \vec{k}$  en déduire que les points A, B et C sont non alignés.

b) Montrer que  $2x + 2y + z - 9 = 0$  est une équation cartésienne du plan (ABC).

2) a) Montrer que le centre de la sphère (S) est  $\Omega(1, -1, 0)$  et que son rayon est 6.

b) Montrer que  $d(\Omega, (ABC)) = 3$ , en déduire que le plan (ABC) coupe la sphère (S) suivant un cercle ( $\Gamma$ ).

3) a) Déterminer une représentation paramétrique de la droite ( $\Delta$ ) passant par  $\Omega$  et perpendiculaire au plan (ABC).

b) Montrer que le centre du cercle ( $\Gamma$ ) est le point B.

Exercice .3

Site : maths-inter.ma -Bac 2016 - Ss1

.3

Un sac contient 10 boules indiscernables au toucher.  
4 Boules rouges, 6 boules vertes (voir figure ci-contre)  
On tire simultanément et au hasard 2 boules du sac.

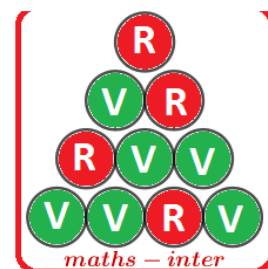
1) On considère l'événement : A : « les deux boules tirées sont rouges »

Montrer que :  $p(A) = \frac{2}{15}$ .

2) Soit X la variable aléatoire liant chaque tirage au nombre de boules rouges restantes dans le sac après le tirage des deux boules.

a) Montrer que l'ensemble des valeurs de la variable aléatoire X est  $\{2, 3, 4\}$ .

b) Montrer que  $p(X = 3) = \frac{8}{15}$ , puis déterminer la loi de probabilité de la variable aléatoire X.



Exercice .4

Site : maths-inter.ma -Bac 2016 - Ss1

.4

Soit la suite numérique  $(U_n)$  définie par :

$$U_0 = 2 \quad ; \quad (\forall n \in \mathbb{N}) \quad ; \quad U_{n+1} = \frac{3 + U_n}{5 - U_n}$$

1) Montrer que  $(\forall n \in \mathbb{N}) \quad ; \quad U_{n+1} - 3 = \frac{4(U_n - 3)}{2 + (3 - U_n)}$ .

Puis montrer :  $(\forall n \in \mathbb{N}) \quad ; \quad U_n < 3$

2) Soit la suite  $(V_n)$  définie par :  $V_n = \frac{U_n - 1}{3 - U_n}$ .

a) Montrer que  $(V_n)$  est une suite géométrique de raison  $q = \frac{1}{2}$ . En déduire que  $V_n = \left(\frac{1}{2}\right)^n$ .

b) Montrer que  $U_n = \frac{1 + 3V_n}{1 + V_n}$ , puis calculer  $U_n$  en fonction de n.

c) Calculer  $\lim_{n \rightarrow +\infty} U_n$ .



On considère la fonction  $f$  définie sur  $\mathbb{R}$  par :  $f(x) = 2x - 2 + e^{2x} - 4e^x$   
( $C_f$ ) est la courbe représentative de  $f$  dans un repère orthonormé  $(O; \vec{i}; \vec{j})$  d'unité 1cm.

**Partie I :**

- 1) a) Calculer  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ . 0,25 pts  
b) Montrer que la droite (D) :  $y = 2x - 2$  est une asymptote à ( $C_f$ ) au voisinage de  $-\infty$ . 0,5 pts
- 2) a) Calculer  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ . 0,5 pts  
b) Calculer  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x)}{x}$ , en déduire la nature de la branche infinie de ( $C_f$ ) au voisinage de  $+\infty$ . 0,5 pts
- 3) a) Montrer que  $f'(x) = 2(e^x - 1)^2$  pour tout  $x$  de  $]0, +\infty[$ . 0,5 pts  
b) Dresser le tableau de variations de la fonction  $f$  sur  $\mathbb{R}$ . (Remarquer que  $f'(0) = 0$ ) 0,25 pts  
c) Montrer qu'il existe un nombre réel unique  $\alpha$  dans l'intervalle  $]1, \ln 4[$  tel que  $f(\alpha) = 0$ . 0,75 pts
- 4) a) Etudier la position relative de la courbe ( $C_f$ ) et la droite (D) :  $y = 2x - 2$  sur chacun des intervalles  $] -\infty, \ln 4[$  et  $] \ln 4, +\infty[$ . 0,5 pts  
b) Montrer que ( $C_f$ ) admet un point d'inflexion unique de coordonnées  $(0, -5)$ . 0,5 pts  
c) Tracer sur le même repère  $(O; \vec{i}; \vec{j})$ , la droite (D) et la courbe ( $C_f$ ). 1 pts  
( On prend  $\alpha \approx 1,3$  et  $\ln 4 \approx 1,4$  )
- 5) a) Montrer que  $\int_0^{\ln 4} (e^{2x} - 4e^x) dx = -\frac{9}{2}$ . 0,5 pts  
b) Calculer, en  $\text{cm}^2$ , l'aire du domaine limité par la courbe ( $C_f$ ), la droite (D), l'axe des ordonnées et la droite d'équation  $x = \ln 4$ . 0,5 pts

**Partie II :**

- 1) a) Résoudre l'équation différentielle (E) :  $y'' - 3y' + 2y = 0$  0,5 pts  
b) Déterminer la solution  $g$  de l'équation différentielle (E) telle que :  $g(0) = -3$  et  $g'(0) = -2$ . 0,5 pts
- 2) Soit  $h$  la fonction numérique définie sur l'intervalle  $] \ln 4, +\infty[$  par :  $h(x) = \ln(e^{2x} - 4e^x)$   
a) Montrer que la fonction  $h$  admet une fonction réciproque  $h^{-1}$  et que  $h^{-1}$  est définie sur  $\mathbb{R}$ .  
b) Vérifier que  $h(\ln 5) = \ln 5$ , puis déterminer  $(h^{-1})(\ln 5)$ .

Bonne Chance