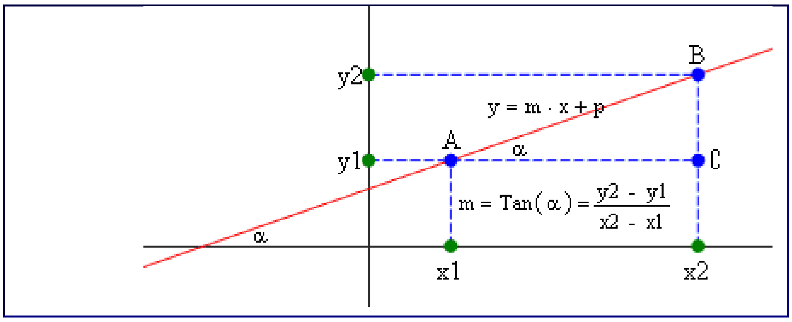
I . Rappel : coefficient directeur d'une droite oblique



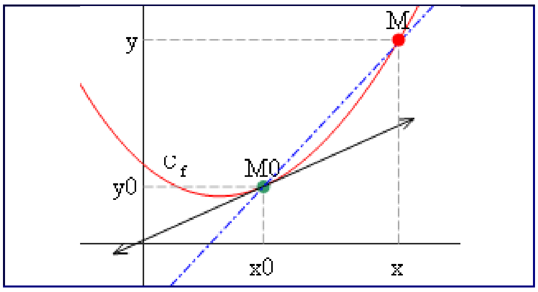
Une droite oblique (n'est pas // à Ox ni à Oy), a une équation de la forme $y = m.x + p$ *, m est le coefficient directeur de cette droite et p es l'ordonné à l'origine.*
On a : $m = \tan(\alpha)$ *où* α *est la mesure de l'angle que fait la droite avec l'axe des abscisses. On peut voir facilement que l'angle ABC a pour mesure* α *, d'où :*

$$m = \tan(\alpha) = \frac{BC}{AC} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

II. équation de la tangente / Nombre dérivé

Interprétation géométrique

La droite avec « flèches » est la tangente à la courbe de f au point d'abscisse x_0 On peut faire tourner la droite « en pointillés » autour de M_0, de telle manière quelle devienne confondue avec la tangente. Les deux droites passent par le même point M_0 et ont donc le même coefficient directeur, à la fin de ce déplacement.



ft dérivable / nombre dérivée

On dit que f est dérivable en x_0 si et seulement si :

$$\lim_{x \to x_0} \frac{f(x) - f(x_0)}{x - x_0} = L \in \mathbb{R}$$

La limite L est appelée , nombre dérivé de f, on note :

$$L = f'(x_0)$$

Interprétation analytique

Le déplacement de M vers M_0 se traduit par le déplacement de x vers x_0. On peut donc résumer tout ça par la relation :

$$\lim_{x \to x_0} \frac{y - y_0}{x - x_0} = \frac{f(x) - f(x_0)}{x - x_0} = m$$

M est le coefficient directeur de la tangente.
Dans le cas où la tangente est // à Ox, on m = 0
Dans le cas où la tangente est // à Oy, on m = ∞

Remarque importante:

Si L = ∞ « plus ou moins »
Alors la fonction f n'est pas dérivable en x_0. Mais la courbe de f admet une tg // Oy en ce point.

Equation de la tg en x_0 :

L'équation de la tangente en x_0 est :

$$y - y_0 = f'(x_0)(x - x_0)$$

Approximation :

Si h « est petit » c'est-à-dire tend vers 0, alors

$$f(x_0 + h) \approx f(x_0) + h.f'(x_0)$$

III. Opérations sur les fonctions dérivées $(r \in Q - \{1\})$

$(f \pm g)' = f' \pm g'$	$(\beta.f)' = \alpha.f'$	$(f.g)' = f'.g + f.g'$	$(f^r)' = r.f^{r-1}.f'$
$\left(\frac{f}{g}\right)' = \frac{f'.g - f.g'}{g^2}$	$\left(\frac{1}{g}\right)' = \frac{-g'}{g^2}$	$(f^{-1})' = \frac{1}{f'of^{-1}}$	$(fog)' = (f'og).f'$

III. fonctions dérivées des fonctions usuelles

f(x)	f '(x)	f(x)	f '(x)	f(x)	f '(x)
U^n	$n.U^{n-1}.U'$	$\sin U$	$U'.\cos U$	$\ln U$	U'/U
$\sqrt{U} = U^{\frac{1}{2}}$	$\frac{1}{2}.U^{\frac{1}{2}-1}.U' = \frac{U'}{2\sqrt{U}}$	$\cos U$	$U'.\sin U$	e^U	$U'e^U$
$\sqrt[n]{U} = U^{\frac{1}{n}}$	$\frac{1}{n}.U^{\frac{1}{n}-1}.U'$	$\tan U$	$U'.(1 + \tan^2 U) = \frac{U'}{\cos^2 U}$	$Arc\tan U$	$U'/(1+U^2)$