

On considère la fonction  $f$  définie par la représentation graphique  $(C_f)$  suivante, sur un repère orthonormé  $(O, \vec{i}, \vec{j})$ :

- 1) Déterminer  $D_f$ , le domaine de définition de la fonction  $f$  . 0,5 pts
- 2) Copier puis compléter le tableau suivant : 0,5 pts

x	-2	-3/2	4	5
f(x)				

- 3) Déterminer les limites suivantes:

1 pts

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) \text{ et } \lim_{x \rightarrow -1^-} f(x) \text{ et}$$

$$\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) \text{ et } \lim_{x \rightarrow +\infty} f(x).$$

- 4) a) Montrer que  $f$  est continue à droite au point 1 . 0,5 pts

- b) Etudier la dérivabilité de  $f$  à droite au point 1 . 0,5 pts

- c) Endéduire  $\lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{f(x) + 1}{x - 1}$  . 0,5 pts

- 5) a) Etudier la dérivabilité de  $f$  à gauche au point -3 . 0,5 pts

- b) Endéduire  $\lim_{x \rightarrow -3^-} \frac{f(x) + 2}{x + 3}$  . 0,5 pts

- c) Déterminer l'équation de la demi tangente à la courbe  $(C_f)$  à droite au point -3 . 0,5 pts

- d) Etudier la dérivabilité de  $f$  à droite au point -3 . 0,5 pts

- e) Endéduire  $\lim_{x \rightarrow -3^+} \frac{f(x) + 2}{x + 3}$  . 0,5 pts

- 6) a) Etudier la dérivabilité de  $f$  à gauche au point 2 . 0,5 pts

- b) Endéduire  $\lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{f(x) + 3}{x - 2}$  . 0,5 pts

- c) Déterminer l'équation de la demi tangente à la courbe  $(C_f)$  à droite au point 2 . 0,5 pts

- d) Etudier la dérivabilité de  $f$  à droite au point 2 . 0,5 pts

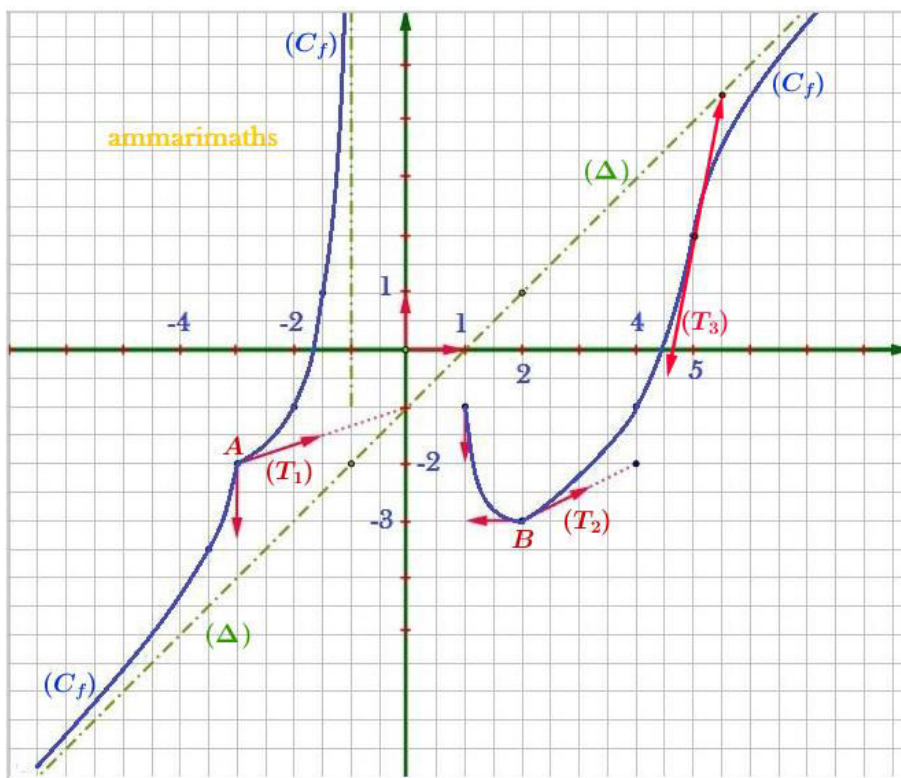
- e) Endéduire  $\lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{f(x) + 3}{x - 2}$  . 0,5 pts

- 7) a) Déterminer l'équation de la tangente à la courbe  $(C_f)$  au point 5 . 0,5 pts

- b) Etudier la dérivabilité de  $f$  au point 5 . 0,5 pts

- c) Endéduire  $\lim_{x \rightarrow 5} \frac{f(x) - 2}{x - 5}$  .

- 8) Montrer que l'équation  $f(x) = 0$  admet une solution unique  $\alpha \in ]-2; -3/2[$  . 0,5 pts



- 9) Déterminer l'équation de l'asymptote verticale  $(\Delta)$  à  $(C_f)$ , en précisant le voisinage. 1 pts

- 10) a) Déterminer l'équation de l'asymptote verticale à  $(C_f)$ , en précisant les voisinages. 1 pts

- b) Déterminer les limites suivantes: 0,5 pts

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} (f(x) - (x - 1)) \quad \text{et} \quad \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{f(x)}{x} \quad \text{et} \quad \lim_{x \rightarrow -\infty} (f(x) - x).$$

- c) Etudier le signe de  $f(x) - (x - 1)$  sur  $D_f$  . 0,5 pts

- 11) On suppose que  $f$  est deux fois dérivable sur  $D_f - \{-3; 1; 2\}$ .

- a) Dresser le tableau de variations de  $f$ , en déduire le tableau de signe de  $f'(x)$  . 0,5 pts

- b) Dresser le tableau de concavité de  $(C_f)$ , en déduire le tableau de signe de  $f''(x)$  . 1 pts

- c) Déterminer, en justifiant, les coordonnées du point d'inflexion de  $(C_f)$ . 1 pts

- 12) Soit  $g$  la restriction de  $f$  à  $I = [2; +\infty[$ .

- a) Montrer que  $g$  admet une fonction réciproque  $g^{-1}$  définie sur un intervalle  $J$  qu'on déterminera: 0,5 pts

- b) Dresser le tableau de variations de  $g^{-1}$ .

- c) Calculer  $g^{-1}(2)$  et  $(g^{-1})'(2)$  . 1 pts

Tracer  $(C_g)$  et  $(C_{g^{-1}})$  dans un même repère orthonormé. 1 pts