Exercice 1 — Maths-inter.ma — 5pts

On considère les vecteurs $\vec{u}$ et $\vec{v}$ du plan tels que $\alpha = (\widehat{\vec{u},\vec{v}})$. Calculer $\vec{u}.\vec{v}$ dans chacun des cas:

1) $\|\vec{u}\| = 2\sqrt{3}$; $\|\vec{v}\| = 5$ et $\alpha = \dfrac{\pi}{6}$. 2pts

2) $\|\vec{u}\| = 6$; $\|\vec{v}\| = 5$ et $\alpha = \dfrac{2\pi}{3}$. 2pts

3) $\|\vec{u}\| = 5\sqrt{2}$; $\|\vec{v}\| = 3$ et $\alpha = \dfrac{3\pi}{4}$. 1pts

Exercice 2 — Maths-inter.ma — 4pts

On considère les vecteurs $\vec{u}$ et $\vec{v}$ du plan tels que $\alpha = (\widehat{\vec{u},\vec{v}})$. Déterminer α dans chacun des cas, sachant que $0 \le \alpha \le \pi$:

1) $\|\vec{u}\| = 3\sqrt{2}$; $\|\vec{v}\| = 7$ et $\vec{u}.\vec{v} = 21$. 2pts

2) $\|\vec{u}\| = 4\sqrt{3}$; $\|\vec{v}\| = 2$ et $\vec{u}.\vec{v} = -12$. 2pts

Exercice 3 — Maths-inter.ma — 6pts

$\vec{u}$ et $\vec{v}$ deux vecteurs tels que : $\|\vec{u}\| = \sqrt{3}$; $\|\vec{v}\| = \sqrt{2}$; $\|2\vec{u} - 3\vec{v}\| = \sqrt{6}$.

On pose : $\alpha = (\widehat{\vec{u},\vec{v}})$ avec $0 \le \alpha \le \pi$.

1) Montrer que $\vec{u}.\vec{v} = 2$, en déduire $\cos\alpha = \dfrac{\sqrt{6}}{3}$. 0,75pts 0,75pts

2) a) Montrer que $(3\vec{u} - \vec{v}).(2\vec{u} - 7\vec{v}) = -14$ et que $(3\vec{u} - \vec{v})^2 = 17$. 0,75pts 0,75pts

b) En déduire $\|3\vec{u} - \vec{v}\|$. 1pts

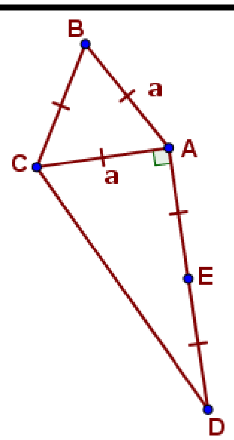
3) Soient les vecteurs : $\vec{X} = 3\vec{u} - \vec{v}$ et $\vec{Y} = 4\vec{u} - 7\vec{v}$.

a) Calculer $\vec{X}.\vec{Y}$. 1pts

b) que peut-on ndéduire ؟ justifuer . 1pts

Exercice 4 — Maths-inter.ma — 8pts

Dans la figure ci-contre ABC est un triangle équilateral de côté a ; ACD est un triangle rectangle en A tel que $AD = 2a$ et E est le milieu du segment $[AD]$.



1) Montrer que $(\widehat{\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AD}}) = \dfrac{5\pi}{6}$ 1pts

2) Prouver que $\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AC} = \dfrac{a^2}{2}$ et que $\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AD} = -a^2\sqrt{3}$. 1pts 1pts

3) Montrer que $CD^2 = 5a^2$ et que $BD^2 = (5 + 2\sqrt{3})a^2$. 1pts

4) En utilisant le théorème d'Alkachy, montrer que : $\overrightarrow{CB}.\overrightarrow{CD}$. 1pts

5) On pose $(\widehat{\overrightarrow{CB},\overrightarrow{CD}}) = \theta$, montrer que $\cos\theta = \dfrac{(1 - 2\sqrt{3})\sqrt{5}}{10}$ 1pts 1pts

6) En utilisant le théorème de la médiane, calculer CE . 1pts

Bonne Chance