

التمرين 1 : أسئلة مستقلة .

(1) أثبت أن $\forall (x; y) \in]-1; +\infty[^2 : (x \neq y \Rightarrow x^2 + 2x \neq y^2 + 2y)$

(2) برهن بالخلف أن $\forall n \in \mathbb{N}^* : \sqrt{n^2 + 2n} \notin \mathbb{N}$

(3) برهن بالترجع أن $\forall n \in \mathbb{N}^* : 1 + 6 + 11 + \dots + (5n - 4) = \frac{n(5n - 3)}{2}$

التمرين 2 :

نعتبر المجموعات التالية :

$$E = \{x \in \mathbb{Z} / |x - 1| \leq 3\} \text{ و } B = \left\{x \in \mathbb{Z} / \frac{3}{x-1} \in \mathbb{Z}\right\} \text{ و } A = \left\{x \in \mathbb{Z} / \frac{2}{x-1} \in \mathbb{Z}\right\}$$

(1) أثبت أن $B = \{-2; 0; 2; 4\}$ و $A = \{-1; 0; 2; 3\}$

(2) اكتب E بالتفصيل ثم بين أن $B \subset E$ و $A \subset E$

(3) اكتب الأجزاء التالية بالتفصيل: $A \cap B$ و $A \cup B$ و $A \setminus B$ و $A \Delta B$ و C_E^A

التمرين 3 :

$$f : \mathbb{R} \rightarrow [-3; +\infty[$$

$$x \mapsto f(x) = 2(x+1)^2 - 2$$

نعتبر التطبيق :

(1) أوجد ما يلي : $f^{-1}(\{2\})$ و $f^{-1}([-3; -2])$ و $f^{-1}([1; +\infty[)$

(2) هل التطبيق f : تبايني ؟ شمولي ؟ تقابلي ؟

التمرين 4 :

$$g : [1; +\infty[\rightarrow [-1; +\infty[$$

$$x \mapsto g(x) = -1 + \sqrt{x^2 - 1}$$

نعتبر التطبيق :

(1) أثبت أن التطبيق g تبايني .

(2) أثبت أن التطبيق g شمولي .

(3) استنتج أن التطبيق g تقابلي و عرف تقابله العكسي g^{-1} .