

تمرين 1:

يحتوي كيس A على p ببدقة خضراء و q ببدقة حمراء حيث : $p \geq 2; q \geq 2$.
(1) نسحب من الكيس A بالتتابع وبدون إحلال 4 كرات، ونعتبر Ω مجموعة جميع السحبات الممكنة و E مجموعة جميع السحبات التي تحتوي على كرتين حمراوين بالضبط ؛ و F مجموعة جميع السحبات التي تحتوي على كرة خضراء على الأقل .
احسب بدلالة p و q مايلي : $Card\Omega$ و $CardE$ و $CardF$
(2) نفترض أن $p = 2$ و $q = 4$ ونعتبر كيسا آخر B يحتوي على 4 ببدقات خضراء و ببدقتين حمراوين. نسحب في آن واحد ببدقتين من A و ببدقتين من B ثم نضع الببدقتين المسحوبتين من A في B و نضع الببدقتين المسحوبتين من B في A. لتكن Ω' هي مجموعة جميع السحبات الممكنة و G مجموعة جميع السحبات لكي يصبح A متضمنا على ببدقتين حمراوين و 4 ببدقات خضراء. احسب : $Card\Omega'$ و $CardG$

تمرين 2:

ليكن $n \in \mathbb{N}$ حيث $n \geq 2$. نضع : $S_1 = \sum_{k=1}^n k 2^k C_n^k$

(1) تحقق أن لكل $p \in \mathbb{N}$ حيث $1 \leq p \leq n$ لدينا : $p C_n^p = n C_{n-1}^{p-1}$ ثم بين أن : $S_1 = 2n 3^{n-1}$.

(2) انشر تعبير الدالة التالية $f : x \rightarrow (1+2x)^n$ واحسب مشتقتها بطريقتين مختلفتين واستنتج أن : $S_1 = 2n 3^{n-1}$.

(3) احسب بدلالة n المجموع : $S_2 = \sum_{k=2}^n k(k-1) 2^k C_n^k$

تمرين 3:

(1) حدد معامل الحد $x^3 y^4 z^5$ عند نشر المتطابقة الهامة : $(2x - 3y + 2z)^{12}$

(2) حل في \mathbb{N} المعادلة : $6C_{n+2}^3 + 4C_{n+2}^2 = 3A_{n+2}^2$

تمرين 4: ليكن $n \in \mathbb{N}$. نضع : $a_n = 7^n$ و $b_n = 5^{a_n}$. بين أنه يوجد $k \in \mathbb{N}^*$ بحيث $a_n = 3k + 1$ وبين أن $b_n = 5^{3k+1}$ واستنتج باقي القسمة الاقليدية ل b_n على 31 .

تمرين 5: أسئلة متنوعة حول الحسابيات

(1) حدد الأعداد الطبيعية n التي تحقق : $19^n \equiv 2 [7]$

(2) حدد x من \mathbb{N} حيث : $2007^{2007} \equiv x [5]$ و $0 \leq x \leq 4$

(3) حدد a و b من \mathbb{N} إذا علمت أن : $2(a \vee b) + 7(a \wedge b) = 111$

(4) ليكن a و b من \mathbb{N} . نضع $d = a \wedge b$ و $d = (15a + 4b) \wedge (11a + 3b)$. بين أن : $\Delta = d$

تمرين 6: باك علوم رياضية 2005 ليكن p عددا أوليا بحيث : $p \geq 5$

(1) بين أن $p^2 \equiv 1 [3]$ وأنه يوجد $q \in \mathbb{N}$ بحيث : $p^2 - 1 = 4q(q+1)$ واستنتج أن $p^2 \equiv 1 [24]$ ثم $p^2 \equiv 1 [8]$

(2) ليكن $a \in \mathbb{N}$ بحيث : $a \wedge 24 = 1$. بين أن : $a^2 \equiv 1 [24]$. هل توجد أعداد طبيعية $a_1; a_2; \dots; a_{23}$ حيث $a_1 \wedge a_i = 1$ و $a_1^2 + a_2^2 + \dots + a_{23}^2 = 23997$ ؟

تمرين 7: باك علوم رياضية 2005 (الدورة الاستدراكية)

(1) بين أن : $[5] \text{ ou } [2] \text{ ou } [3] \text{ ou } [4] \text{ ou } [6] \text{ ou } [8] \text{ ou } [12] \text{ ou } [16] \text{ ou } [20] \text{ ou } [24] \text{ ou } [30] \text{ ou } [40] \text{ ou } [60] \text{ ou } [120]$ هي القسمة الاقليدية ل $(x+1)^2 = 9+5y$ في \mathbb{Z}^2 ثم حل في \mathbb{Z}^2 المعادلة : $(x+1)^2 = 9+5y$ (E)

(2) بين أن : $\forall k \in \mathbb{Z} : (5k^2 + 4k - 1) \wedge (5k + 1) = (k - 3) \wedge 8$

$$n \text{ حيث أن } \overline{abc}^{(n)} \text{ هي كتابة العدد } abc \text{ في نظمة العد ذات الأساس } n \left\{ \begin{array}{l} \overline{121}^{(x)} = \overline{59}^{(y)} \\ x \wedge y = 8 \text{ : النظمة } \mathbb{N}^2 \\ x \equiv 1[5] \end{array} \right.$$

تمرين 8: ليكن $n \in \mathbb{Z}$. نضع $d_n = (5n^3 - n) \wedge (n + 2)$.

أ) بين أن : $d_n = (n + 2) \wedge 38$

ب) ما هي القيم الممكنة ل d_n

ج) حدد عناصر المجموعة: $H = \{n \in \mathbb{Z} / n + 2 \mid 5n^3 - n\}$

تمرين 9:

$$\text{حل في المجموعة } \mathbb{Z}/8\mathbb{Z} \times \mathbb{Z}/8\mathbb{Z} \text{ : النظمة التالية : } \begin{cases} \overline{2x} + \overline{6y} = \overline{4} \\ \overline{x} - \overline{3y} = \overline{0} \end{cases} \text{ ثم استنتج مجموعة الأزواج } (a; b) \text{ من } \mathbb{Z}^2 \text{ بحيث يكون العدان } 4 - 6b + 2a \text{ و } a - 3b \text{ قابلان القسمة معا على } 8$$

Exercice 10 :

On considère l'équation (E) : $36x - 25y = 5$, $(x, y) \in \mathbb{Z}^2$.

a: Déterminez deux entiers relatifs u et v tels que $36u + 25v = 1$

b: Donnez alors une solution particulière de (E).

c: Quel est l'ensemble des solutions de (E) ?

d: (x, y) étant une solution particulière de (E), on appelle d le PGCD de x et y .

Quelles sont les valeurs possibles de d ?

Quelles sont les solutions (x, y) de (E) telles que x et y soient premiers entre eux?