I. Dénombrement التعداد I.

1) معلومات أساسية :

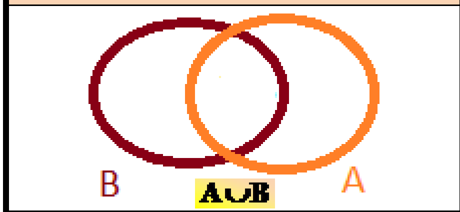
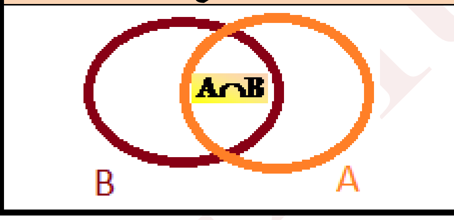
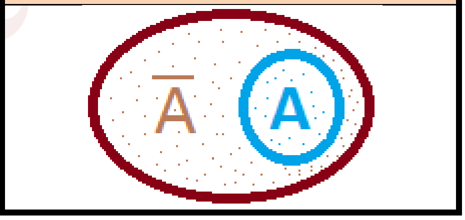
a) رئيسي مجموعة:

✓ نعتبر مثلا مجموعة E تتضمن العناصر a و b و c ، نكتب : $E=\{a,b,c\}$.
رئيسي المجموعة E هو عدد عناصر هذه المجموعة ونرمز له $CardE$ (Cardinal de E)
في المثال السابق لدينا $CardE=3$.

✓ المجموعة الفارغة هي التي لا تتضمن أي عنصر ونرمز لها ب ϕ وبالتالي $Card\phi=0$

✓ لتكن E مجموعة مرجعية و A جزء من E. متممة المجموعة A في E هو المجموعة التي نرمز لها ب $\overline{A}$ وتحتوي على جميع عناصر المجموعة المرجعية E والتي لا تنتمي الى الجزء A .
لدينا إذن : $Card\overline{A}=CardE-CardA$

✓ تقاطع المجموعتين A و B هي المجموعة التي نرمز لها ب $A\cap B$ وتحتوي على جميع العناصر التي تنتمي في نفس الوقت الى A والى B .
اتحاد المجموعتين A و B هي المجموعة التي نرمز لها ب $A\cup B$ وتحتوي على جميع العناصر التي تنتمي الى المجموعة A أوالى المجموعة B .
لدينا : $Card(A\cup B)=CardA+CardB-Card(A\cap B)$

الاتحاد	التقاطع	المتممة
		

✓ الجداء الديكارتي للمجموعة $A=\{1,2\}$ ثم المجموعة $B=\{a,b,c\}$ ، هي المجموعة التي نرمز لها ب $A\times B$ بحيث :
$$A\times B=\{(1,a);(1,b);(1,c);(2,a);(2,b);(2,c)\}$$

لدينا : $Card(A\times B)=CardA\times CardB$

b) تقديم بعض الأشكال المميزة من الأعداد:

$\forall n\in IN^*\ ;\ n!=1\times2\times3\times\ \ldots.\times(n-1)\times n$ $0!=1$			
$C_n^p=\dfrac{n!}{p!(n-p)!}$		$A_n^p=\dfrac{n!}{(n-p)!}$	
$C_n^n=1$	$C_n^0=1$	$A_n^1=n$	$A_n^0=1$
$C_n^{n-1}=n$	$C_n^1=n$	$C_n^1=n$	$A_n^n=n!$
$C_n^{n-p}=C_n^p$		$C_{n-1}^{p-1}+C_{n-1}^p=C_n^p$	

2) التعداد :

التعداد هو تحديد عدد الحالات الممكنة التي تنمحها تجربة معينة .

c) الحالات البسيطة :

✚ عدد النتائج الممكنة لرمي قطعة نقدية هو $N=2$.

- عدد النتائج الممكنة لرمي نرد وجوهه مرقمة من 1 الى 6 هو $N=6$.
- عدد النتائج الممكنة لسحب بطاقة من صندوق يحتوي على 10 بطائق هو $N=10$.
- بصفة عامة عدد الامكانيات لاختيار عشوائي لشيء من بين p شيء هو $N=p$.

d) الحالات المركبة : المبدأ الأساسي للتعداد

الحالة المركبة هي كل تجربة تتطلب نتائجها عددا p من الاختيارات .

إذا كان الاختيار الأول يتم ب n_1 كيفية مختلفة .

و كان الاختيار الثاني يتم ب n_2 كيفية مختلفة .

....

وكان الاختيار p يتم ب n_p كيفية مختلفة .

فإن عدد النتائج الممكنة التي تتيحها هذه التجربة هو الجداء $N=n_1 \times n_2 \times \dots \times n_p$.

مثال :

نقوم بالتجربة التالية والتي يتطلب إنجازها ثلاثة مراحل :

- نرمي في الهواء نردا له ستة أوجه مرقمة من 1 الى 6 .
- نرمي قطعة نقدية في الهواء .
- نسحب كرة واحدة من صندوق بين 10 كرات .

عدد الحالات الممكنة هو $N=6\times 2\times 10=120$

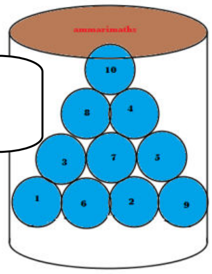
a) أنواع السحب : (أنظر الجدول في الصفحة الموالية)

Introduction au dénombrement par l'étude des différentes méthodes de tirage	مدخل الى التعداد بواسطة دراسة طرق السحب المختلفة

Une urne contient n boules $n=10$

On tire p boules de l'urne $p=3$

Mais de quelle façon ?



لكن ما هي كيفية السحب ؟

يحتوي صندوق على n كرة $n=10$

نسحب p كرة من الصندوق $p=3$

Types de tirage
أنواع السحب

- Tirage simultané / بالتآني
  - Tirage simultané / بالتآني
- Tirage successif / بالتتابع
  - sans remise / بدون إحلال
  - avec remise / بإحلال

سؤال: نسحب في آن واحد $p=3$ كرات من الصندوق. كم هو عدد الحالات الممكنة ؟	سؤال: نسحب بالتتابع وبدون إحلال $p=3$ كرات من الصندوق. كم هو عدد الحالات الممكنة ؟	سؤال: نسحب بالتتابع وبإحلال $p=3$ كرات من الصندوق. كم هو عدد الحالات الممكنة ؟
Question : On tire simultanément $p=3$ boules de l'urne ; Quel est le nombre de cas possibles ?	*Question :* On tire succéssivement et sans remise $p=3$ boules de l'urne ; Quel est le nombre de cas possibles ?	*Question :* On tire succéssivement et avec remise $p=3$ boules de l'urne ; Quel est le nombre de cas possibles ?

Pour répondre ; On utilise le principe fondamental du dénombrement	من أجل الإجابة ؛ نستعمل المبدأ الأساسي للتعداد

Tirage simultané :

$$3!\times N_3 = N_2 = \frac{10!}{(10-3)!}$$

$$N_3 = N_2 = \frac{10!}{3!\times(10-3)!} = C_{10}^{3}$$

En general

$$N_3 = \frac{n!}{p!(n-p)!} = C_n^p$$

Tirage successif sans remise :

$$N_2 = \underset{T_1}{[10]} \times \underset{T_2}{[9]} \times \underset{T_3}{[8]}$$

$$N_2 = 10\times9\times8 = \frac{10!}{7!} = \frac{10!}{(10-3)!} = A_{10}^{3}$$

En general

$$N_2 = \frac{n!}{(n-p)!} = A_n^p$$

Tirage successif avec remise :

$$N_1 = \underset{T_1}{[10]} \times \underset{T_2}{[10]} \times \underset{T_3}{[10]}$$

$$N_1 = 10^3$$

En general

$$N_1 = n^p$$

Chaque triage successif sans remise s'appelle un arrangement de n objets pris p à p كل سحبةبالتتابع وبدون إحلال تسمى ترتيبة	Chaque triage successif sans remise s'appelle un arrangement de n objets pris p à p كل سحبةبالتتابع وبدون إحلال تسمى ترتيبة
Permutations avec répitition : التبديلات بالتكرار من خلال مثال ما هو عدد الكلمات التي يمكن كتابتها باستعمال نفس الحروف الموجودة في الكلمة التالية : AMMARIABOUSAMAH إجابة: تحتوي الكلمة المقترحة على 15 حرف ، الحرف A يتكرر 5 مرات والحرف M يتكرر 3 مرات إذن عدد الكلمات هو : $N=\frac{15!}{5!\times3!}$	Permutations sans répition : التبديلات بدون تكرار من خلال مثال ما هو عدد الكلمات التي يمكن كتابتها باستعمال نفس الحروف الموجودة في الكلمة التالية : MODEL إجابة: تحتوي الكلمة المقترحة على 5 حروف مختلفة ، إذن عدد الكلمات هو : $N=A_5^5=5!$

Bonne Chance