

Exercice .1

Maths-inter.ma ___ Divisibilité

التمرين 1.

- (1) أثبت أن : $131/132^{19} - 1$ (a) $2011/2012^{193} - 1$ (b) $12/19^{101} - 7^{101}$ (c)
- (2) أثبت أن : $12/13^{n+1} - 1$; $(\forall n \in \mathbb{N})$;

Exercice .2

Maths-inter.ma ___ Divisibilité

التمرين 2.

ليكن n و q و r أعداد صحيحة طبيعية . نعتبر العدد : $A(n) = n^5 - n$.
يهدف هذا التمرين الى البرهنة على أن العدد $A(n) = n^5 - n$ يقبل القسمة على 30 مهما تكن قيمة العدد n .

- (1) تحقق أن $(5q+r)^2 = 5(5q^2 + 2qr) + r^2$.
- (2) نضع : $n = 5q + r$ بحيث $0 \leq r < 5$.
- (a) بين أنه إذا كان $r = 1$ أو $r = 4$ فإن $n^2 - 1$ يقبل القسمة على 5 .
- (b) بين أنه إذا كان $r = 2$ أو $r = 3$ فإن $n^2 + 1$ يقبل القسمة على 5 .
- (c) بين أنه مهما يكن n من \mathbb{N} فإن $A(n)$ يقبل القسمة على 5 .
- (3) نضع : $B(n) = n^3 - n$
- (a) تحقق أن $A(n)$ يقبل القسمة على $B(n)$.
- (b) بين أن $n^3 - n$ عدد زوجي .
- (c) بين أن $n^3 - n$ يقبل القسمة على 3 .
- (4) نقبل أنه إذا كان عدد صحيح N يقبل القسمة على p و q بحيث أن $p \wedge q = 1$ ، فإن العدد N يقبل القسمة على جدائهما pq .
- (a) بين أن العدد $B(n)$ يقبل القسمة على 6 .
- (b) بين أن العدد $A(n)$ يقبل القسمة على 30 .
- (5) استنتج أن العدد : $2011 \times 2012 \times 2013 \times (2012^2 + 1)$ يقبل القسمة على 30 .

Exercice .3

Maths-inter.ma ___ Divisibilité

التمرين 3.

ليكن n عدد صحيح طبيعي . نعتبر العدد : $A(n) = 3^{2n} - 2^n$.
تريد أن نبرهن بواسطة التراجع أن العدد $A(n) = 3^{2n} - 2^n$ يقبل القسمة على 7 مهما تكن قيمة العدد n .

- (1) تحقق أن : $A(n+1) = 7 \times 3^{2n} + 2 \times A(n)$.
- (2) استنتج أن : $7/3^{2n} - 2^n$; $(\forall n \in \mathbb{N})$.

Exercice .4

Maths-inter.ma ___ Divisibilité

التمرين 4.

- ليكن n عدد صحيح طبيعي . نعتبر العدد : $A(n) = 3^{3n+2} + 2^{n+4}$.
- (1) تحقق أن : $A(n+1) = 25 \times 3^{3n+2} + 2 \times A(n)$.
- (2) استنتج أن : $5/3^{3n+2} + 2^{n+4}$; $(\forall n \in \mathbb{N}^*)$.

Exercice .5

Maths-inter.ma ___ Divisibilité

التمرين 5.

- ليكن n عدد صحيح طبيعي . نعتبر العدد : $A(n) = 3 \times 5^{2n-1} + 2^{3n-2}$.
- (1) تحقق أن : $A(n+1) = 17 \times 3 \times 5^{2n-1} + 8 \times A(n)$.
- (2) استنتج أن : $17/3 \times 5^{2n-1} + 2^{3n-2}$; $(\forall n \in \mathbb{N}^*)$.

Exercice .6

Maths-inter.ma ___ Divisibilité

التمرين 6.

- ليكن n عدد صحيح طبيعي . نعتبر العدد : $A(n) = 4^n + 6n - 1$.
- (1) تحقق أن : $A(n+1) = 4 \times A(n) - 18n + 9$.
- (2) استنتج أن : $9/4^n + 6n - 1$; $(\forall n \in \mathbb{N}^*)$.

Bonne Chance