Problème | Maths-inter.ma

On considére la fonction $\mathbf{f}$ définie sur $\mathbb{R}^*$ par: $\begin{cases} f(x) = -x + \dfrac{2}{x} & ; \; x \in]-\infty, 0[\cup]0,1[\\ f(x) = \dfrac{1+x}{2\sqrt{x}} & ; \; x \in [1, +\infty[\end{cases}$

(C_f) est la courbe représentative de la fonction $\mathbf{f}$ dans un repère orthonormé $(O\,;\,\vec{i}\,;\,\vec{j})$.

1) a) Montrer que $\mathbf{f}$ est continue aux points $\mathbf{1}$.
   b) Calculer $f(-2)$; $f(-\sqrt{2})$; $f(-1)$; $f(1)$; $f(4)$
2) a) Montrer que $\mathbf{f}$ est dérivable à gauche au point $\mathbf{1}$.
   b) Donner l'équation de la demi tangente (Δ_1) à gauche au point $\mathbf{1}$.
   c) Etudier la dérivabilité de la fonction f à droite au point $\mathbf{1}$,et donner une interprétation géométrique du résultat obtenu.
   c) schématiser les résultants précédents.
3) a) Calculer $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$.
   b) Montrer que (C_f) admet une asymptote oblique (D) et déterminer son équation.
   c) Calculer $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$.
   d) Etudier la nature de la branche infinie au voisinage de $+\infty$.
   e) Etudier la nature de la branche infinie au voisinage de $\mathbf{0}$.
   f) compléter la schématisation précédente en traçant les branches infinies.

4) a) Etudier les variations de $\mathbf{f}$ sur chacun des intervalles $]-\infty, 0[$ et $]0, 1[$.
   b) Etudier les variations de $\mathbf{f}$ sur l'intervalles $[1, +\infty[$.
   c) Dresser le tableau de variations de $\mathbf{f}$.
5) a) Donner l'équation de la tangente (Δ_2) au point $-\sqrt{2}$.
   b) compléter la schématisation précédente en traçant la tangente (Δ_2).

6) Tracer (D) , (Δ_1), (Δ_2) et la courbe (C_f) dans le repère $(O\,;\,\vec{i}\,;\,\vec{j})$.

7) Soit $\mathbf{U}$ la restriction de $\mathbf{f}$ à l'intervalle $]-\infty\,;\,0[$.
   a) Montrer que $\mathbf{U}$ admet une bijection réciproque U^{-1} définie sur un intervalle J_1 qu'on déterminera.
   b) Calculer $U^{-1}(x)$ pour tout x de l' intervalle J_1 .
   c) Calculer $(U^{-1})'(0)$.

8) Soit $\mathbf{V}$ la restriction de $\mathbf{f}$ à l'intervalle $[1, +\infty[$.
   a) Montrer que $\mathbf{V}$ admet une bijection réciproque V^{-1} définie sur un intervalle J_2 qu'on déterminera.
   b) Calculer $V^{-1}(x)$ pour tout x de l' intervalle J_2 .
   c) Calculer $(V^{-1})'\left(\dfrac{5}{4}\right)$
9) Tracer $(C_{U^{-1}})$ et $(C_{V^{-1}})$ dans le même repère $(O\,;\,\vec{i}\,;\,\vec{j})$.

Bonne Chance