

نعتبر الدالة  $f$  المعرفة على  $\mathbb{R}$  كما يلي :  $f(x) = (\sqrt{1+x^2} - x)^2$  :  
 $(C_f)$  هو منحنى الدالة  $f$  في معلم متعامد ممنظم  $(\vec{O} ; \vec{i} ; \vec{j})$ .

a) أحسب  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$  و  $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{f(x)}{x}$  ثم استنتج الفرع اللانهائي ل  $(C_f)$  بجوار  $-\infty$ . (1)

b) أحسب  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$  ، ثم أدرس الفرع اللانهائي بجوار  $+\infty$ .

a) بين أن :  $\forall x \in \mathbb{R} ; \sqrt{1+x^2} > x$  . واستنتج إشارة  $f(x)$  على  $\mathbb{R}$ . (2)

b) بين أن :  $\forall x \in \mathbb{R} ; f'(x) = \frac{-2f(x)}{\sqrt{1+x^2}}$

c) ضع جدول تغيرات  $f$  على  $\mathbb{R}$ .

a) أحسب  $f(0)$  و  $f'(0)$  ثم حدد المعادلة الديكارية للمستقيم  $(T)$  مماس المنحنى  $(C_f)$  بجوار النقطة  $0$ . (1)

b) أنشئ المستقيم  $(T)$  باللون الأحمر و المنحنى  $(C_f)$  باللون الأزرق في المعلم  $(\vec{O} ; \vec{i} ; \vec{j})$  (الوحدة  $2\text{cm}$ )

a) بين أن  $f$  تقبل دالة عكسية معرفة على مجال  $J$  . يجب تحديده . (3)

b) أنشئ منحنى الدالة  $f^{-1}$  في نفس المعلم السابق باللون الأخضر .

c) ضع جدول تغيرات  $f^{-1}$  .

e) حدد  $f^{-1}(x)$  لكل  $x \in J$  .

k) أحسب  $(f^{-1})'(1)$  .

نعتبر الدالة  $f$  المعرفة كما يلي :  $f(x) = \left(\frac{x+1}{2x}\right)\sqrt{27+x^2}$  :

$(C_f)$  هو منحنى الدالة  $f$  في معلم متعامد ممنظم  $(\vec{O} ; \vec{i} ; \vec{j})$  .

a) حدد  $D_f$  مجموعة تعريف الدالة  $f$ . (1)

b) أحسب كل من النهايات التالية :  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$  و  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$  و  $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x)$  و  $\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x)$

a) تحقق أن :  $\forall x \in D_f ; f(x) - \frac{x+1}{2} = \left(\frac{x+1}{2x}\right) \times \frac{27}{\sqrt{x^2+27+x}}$  (2)

b) استنتج أن المستقيم :  $y = \frac{x+1}{2}$  :  $(\Delta_1)$  مقارب مائل ل  $(C_f)$  بجوار  $+\infty$  .

c) بين أن المستقيم :  $y = -\frac{x+1}{2}$  :  $(\Delta_2)$  مقارب مائل ل  $(C_f)$  بجوار  $-\infty$  .

a) بين أن :  $\forall x \in D_f ; f'(x) = \frac{x^3 - 27}{2x^2\sqrt{x^2+27}}$  (1)

b) تحقق أن  $f$  تزايدية على المجال  $]-\infty, 3[$  و تناقصية على كل من المجالين  $]0, 3[$  و  $]3, +\infty[$  .

b) ضع جدول تغيرات الدالة  $f$  .

a) حدد تقاطع  $(C_f)$  مع محور الأفاصل . (3)

b) نقبل أن النقطة  $A(-5,2 ; 2,9)$  هي نقطة الانعطاف الوحيدة للمنحنى  $(C_f)$  وأن  $f''(x)$  سالبة على المجال

$]0, -5,2[$  و موجبة على كل من المجالين  $]-5,2, -\infty[$  و  $]0, +\infty[$  و نأخذ  $\|\vec{i}\| = \|\vec{j}\|$  . أنشئ  $(C_f)$  .