Exercice .1 Maths-inter.ma

On considére la fonction $\mathbf{f}$ définie sur $\mathbf{IR}$ par: $\begin{cases} f(x)=\dfrac{x^2}{2-x} \; ; \; x\in[0,1] \\ f(x)=x-\sqrt{x^2-x} \; ; \; x\in]-\infty,0[\cup]1,+\infty[\end{cases}$

(C_f) est la courbe représentative de la fonction $\mathbf{f}$ dans un repère orthonormé $(O\ ;\ \vec{i}\ ;\ \vec{j})$.

1) Montrer que $\mathbf{f}$ est continue aux points $\mathbf{0}$ et $\mathbf{1}$.
2) Etudier la dérivabilité de la fonction f à droite et à gauche aux points $\mathbf{0}$ et $\mathbf{1}$., et donner une interprétation géométrique de chacun des résultats obtenus. (schématiser)
3) a) Calculer $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$, en déduire la nature de la branche infinie au voisinage de $+\infty$. (schématiser)

   b) Calculer $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$ .Montrer que la droite $(\Delta): y=2x-\frac{1}{2}$ est une asymptote à la courbe representative de $\mathbf{f}$ au voisinage de $-\infty$. (schématiser)
4) Calculer $f'(x)$, pour tout x de l'intervalle $]0,1[$, en déduire son sens de variations sur $]0,1[$.
5) Calculer $f'(x)$, pour tout x appartenant à $]-\infty,0[\cup]1,+\infty[$, en déduire le sens de variations de $\mathbf{f}$ sur chacun des intervalles $]-\infty,0[$ et $]1,+\infty[$.
6) Donner le tableau de variations de $\mathbf{f}$ sur $\mathbf{IR}$.
7) Tracer la courbe (C_f) sur le repère $(O\ ;\ \vec{i}\ ;\ \vec{j})$.
8) Soit $\mathbf{g}$ la restriction de $\mathbf{f}$ sur l'intervalle $[0,1]$.
   a) Montrer que $\mathbf{g}$ admet une bijection réciproque g^{-1} définie sur un intervalle $\mathbf{J}$ qu'on déterminera.
   b) Donner le tableau de variations de g^{-1}.
   c) Tracer $(C_{g^{-1}})$ dans le meme repère $(O\ ;\ \vec{i}\ ;\ \vec{j})$..
   d) Déterminer $g^{-1}(x)$ pour tout x l' intervalle $\mathbf{J}$.
   e) Calculer $g(1/2)$, en déduire $(g^{-1})'(1/6)$

Exercice .1 Site : ammarimaths.com التمرين

On considére la fonction $\mathbf{f}$ définie sur $\mathbf{IR}$ par: $f(x)=\left(\sqrt{1+x^2}-x\right)^2$

(C_f) est la courbe représentative de la fonction $\mathbf{f}$ dans un repère orthonormé $(O\ ;\ \vec{i}\ ;\ \vec{j})$.

1) **a)** Calculer $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$ et $\lim\limits_{x\to-\infty} \dfrac{f(x)}{x}$, en déduire la nature de la branche infinie au voisinage de $-\infty$. (schématiser)

   b) Calculer $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$, puis étudier la nature de la branche infinie au voisinage de $+\infty$. (schématiser)

2) a) Montrer que $\forall x\in \mathbf{IR}\ ;\ \sqrt{1+x^2}>x$ *, en déduire que* $\forall x\in \mathbf{IR}\ ;\ f(x)>0$

   b) Montrer que $\forall x\in \mathbf{IR}\ ;\ f'(x)=\dfrac{-2f(x)}{\sqrt{1+x^2}}$.

   c) Dresser le tableau de variations de la fonction $\mathbf{f}$ sur $\mathbf{IR}$.

3) a) Calculer $f(0)$ *et* $f'(0)$*, puis donner l'équation de la tangente* (T) *à* (C_f) au point d'abscisse $\mathbf{0}$.

   b) Dresser (T) et (C_f) dans le repère $(O\ ;\ \vec{i}\ ;\ \vec{j})$ (unité 2 cm)

4) a) Montrer que $\mathbf{f}$ admet une bijection réciproque f^{-1} définie sur un intervalle $\mathbf{J}$ qu'on déterminera.

   b) Donner le tableau de variations de f^{-1}.

   c) Tracer $(C_{f^{-1}})$ dans le meme repère $(O\ ;\ \vec{i}\ ;\ \vec{j})$..

   d) Déterminer $f^{-1}(x)$ pour tout x l' intervalle $\mathbf{J}$ et calculer Calculer $(f^{-1})'(1)$