Exercice .1 Maths-inter.ma 1. التمرين

On considére la fonction $\mathbf{f}$ définie sur $\mathbb{R}$ par: $f(x)=\left(\frac{x+1}{2x}\right)\sqrt{27+x^2}$

(C_f) est la courbe représentative de la fonction $\mathbf{f}$ dans un repère orthonormé $(O\ ;\ \vec{i}\ ;\ \vec{j})$.

1) a) Calculer $\lim\limits_{x\to 0^+} f(x)$ et $\lim\limits_{x\to 0^-} f(x)$, en déduire la nature de la branche infinie au voisinage de $\mathbf{0}$. (schéma)

b) Calculer $\lim\limits_{x\to +\infty} f(x)$ et $\lim\limits_{x\to -\infty} f(x)$.

2) a) Vérifier que $\forall x\in D_f\ ;\ f(x)-\frac{x+1}{2}=\frac{x+1}{2x}\times\frac{27}{\sqrt{x^2+27}+x}$.

b) En déduire que la droite $(\Delta_1)\ :\ y=\frac{x+1}{2}$ *est une asymptote à* (C_f) au voisinage de $+\infty$.

b) Montrer que la droite $(\Delta_2)\ :\ y=-\frac{x+1}{2}$ *est une asymptote à* (C_f) au voisinage de $-\infty$.

3) a) Montrer que $\forall x\in D_f\ ;\ f'(x)=\frac{x^3-27}{2x^2\sqrt{x^2+27}}$.

b) Dresser son tableau de variations de $\mathbf{f}$.

4) a) *Déterminer le point d'intersection de* (C_f) avec l'axe des abscisses .

b) Trcer (C_f) .

Indication: on admet que $A(-5{,}2\ ;\ 2{,}9)$ est le seul point d'inflexion pour (C_f) et que $f''(x)$ est négative sur $]-5{,}2\ ,0[$ et positive sur chacun des intervalles $]-\infty\ ,-5{,}2[$ et $]0\ ,+\infty[$.

Exercice .2 Maths-inter.ma 2. التمرين

On considére la fonction $\mathbf{f}$ définie sur $\mathbb{R}$ par: $\begin{cases} f(x)=x-1+2\sqrt{1-x} & ;\quad x\le 1\\ f(x)=\dfrac{x^3-1}{x^3+1} & ;\quad x>1\end{cases}$

(C_f) est la courbe représentative de la fonction $\mathbf{f}$ dans un repère orthonormé $(O\ ;\ \vec{i}\ ;\ \vec{j})$.

1) Montrer que $\mathbf{f}$ est continue aux points $\mathbf{1}$.

2) Etudier la dérivabilité de la fonction f à droite et à gauche au point $\mathbf{1}$, et donner une interprétation géométrique de chacun des résultats obtenus. (schématiser)

3) a) Calculer $\lim\limits_{x\to +\infty} f(x)$, en déduire la nature de la branche infinie au voisinage de $+\infty$. (schématiser)

b) Calculer $f(-3)$ et $\lim\limits_{x\to -\infty} f(x)$.

c) Etudier la nature de la branche infinie au voisinage de $-\infty$

4) a) Montrer que $\mathbf{f}$ est strictement croissante sur $[1\ ,+\infty[$.

b) Montrer que $\forall x\in]-\infty\ ;1[\ ;\ f'(x)=\frac{-x}{\sqrt{1-x}\left(1+\sqrt{1-x}\right)}$.

c) Donner le tableau de variations de $\mathbf{f}$ sur $\mathbb{R}$.

5) Tracer la courbe (C_f) sur le repère $(O\ ;\ \vec{i}\ ;\ \vec{j})$.

6) Soit g la restriction de $\mathbf{f}$ sur l'intervalle $[1\ ,+\infty[$.

a) Montrer que g admet une bijection réciproque g^{-1} définie sur un intervalle $\mathbf{J}$ qu'on déterminera.

b) Tracer $(C_{g^{-1}})$ dans le meme repère $(O\ ;\ \vec{i}\ ;\ \vec{j})$.

c) Déterminer $g^{-1}(x)$ pour tout x l' intervalle $\mathbf{J}$. Calculer $g(\sqrt[3]{2})$, en déduire $(g^{-1})'(1/2)$