نهايات هامة

$$\lim_{x \to -\infty} e^x = 0^+ \qquad \lim_{x \to 0^+} \ln x = -\infty$$

$$\lim_{x \to +\infty} e^x = +\infty \qquad \lim_{x \to +\infty} \ln x = +\infty$$

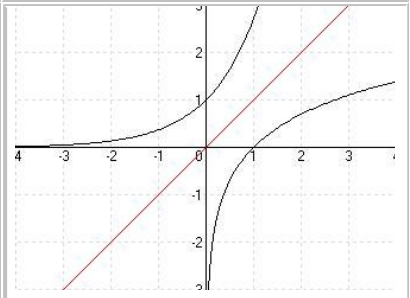
$$\lim_{x \to +\infty} \frac{e^x}{x} = +\infty \qquad \lim_{x \to +\infty} \frac{\ln x}{x} = 0^+$$

$$\lim_{x \to -\infty} x e^x = 0^- \qquad \lim_{x \to 0^+} x \ln x = 0^-$$

$$\lim_{x \to 1} \frac{\ln x}{x-1} = \lim_{x \to 0} \frac{\ln(1+x)}{x} = 1$$

$$\lim_{x \to 0} \frac{e^x - 1}{x} = 1$$

منحنيات



الدالة $\ln x$ معرفة بالنسبة ل $x>0$ ، وتقبل فرعا شلجميا في اتجاه محور الأفاصيل بجوار $+\infty$.

الدالة e^x معرفة على IR ، وتقبل فرعا شلجميا في اتجاه محور الأراتيب بجوار $+\infty$.

هاتان الدالتان عكسيتان الواحدة بالنسبة للأخرى، وهكذا فإن منحنياهما متماثلان بالنسبة للمستقيم ذو المعادلة $y = x$.

تعاريف و صيغ

$$y = e^x \Leftrightarrow x = \ln y$$

$$e^0 = 1 \quad \text{et} \quad \ln 1 = 0$$

$$\ln x = \ln y \Leftrightarrow x = y$$

$$e^x = e^y \Leftrightarrow x = y$$

$$\ln x < \ln y \Leftrightarrow x < y$$

$$e^x < e^y \Leftrightarrow x < y$$

$$\ln(x.y) = \ln x + \ln y$$

$$e^{x+y} = e^x . e^y$$

$$\ln\left(\frac{x}{y}\right) = \ln x - \ln y$$

$$e^{x-y} = \frac{e^x}{e^y}$$

$$\ln(x^r) = r.\ln x \quad \text{et} \quad e^{r.x} = (e^x)^r$$

إضافات حول النهايات (m عدد جدري موجب قطعا)

$$\lim_{x \to -\infty} x^m e^x = 0 \qquad \lim_{x \to +\infty} \frac{e^x}{x^m} = +\infty \qquad \lim_{x \to 0^+} x^m \ln x = 0 \qquad \lim_{x \to +\infty} \frac{\ln x}{x^m} = 0$$

الدالة اللوغارتمية و الأسية ذات الأساس a (a موجب قطعا ومخالف للعدد 1)

$$(\forall x \in IR) \; ; \; a^x = e^{x \ln a} \qquad y = a^x \Leftrightarrow x = \log_a y \qquad (\forall x \succ 0) \; ; \; \log_a x = \frac{\ln x}{\ln a}$$

خاصيات

$a^0 = 1 \quad \text{et} \quad a^1 = a$	$\log_a 1 = 0 \quad \text{et} \quad \log_a a = 1$
$a^x = a^y \Leftrightarrow x = y$	$\log_a x = \log_a y \Leftrightarrow x = y$
$a^x < a^y \Leftrightarrow x < y$	$\log_a x < \log_a y \Leftrightarrow x < y$
$a^{x+y} = a^x . a^y$	$\log_a(x.y) = \log_a x + \log_a y$
$a^{x-y} = \frac{a^x}{a^y}$	$\log_a\left(\frac{x}{y}\right) = \log_a x - \log_a y$
$a^{-y} = \frac{1}{a^y}$	$\log_a\left(\frac{1}{y}\right) = -\log_a y$
$a^{r.x} = (a^x)^r$	$\log_a(x^r) = r.\log_a x$

اشتقاق

$(e^x)' = e^x$	$(\ln x)' = \frac{1}{x}$
$(e^U)' = U'e^U$	$(\ln U)' = \frac{U'}{U}$

تقنية لحساب النهاية: $\lim_{x \to +\infty} \frac{\ln^n(x^m)}{x^p}$ نضع : $t = x^{p/n}$

Bonne Chance