Définitions formules

$$y = e^x \Leftrightarrow x = \ln y$$

$$e^0 = 1 \quad \text{et} \quad \ln 1 = 0$$

$$\ln x = \ln y \Leftrightarrow x = y$$

$$e^x = e^y \Leftrightarrow x = y$$

$$\ln x < \ln y \Leftrightarrow x < y$$

$$e^x < e^y \Leftrightarrow x < y$$

$$\ln(x.y) = \ln x + \ln y$$

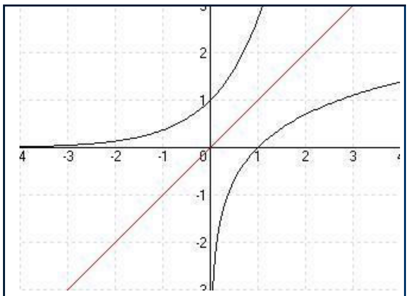
$$e^{x+y} = e^x.e^y$$

$$\ln(\frac{x}{y}) = \ln x - \ln y$$

$$e^{x-y} = \frac{e^x}{e^y}$$

$$\ln(x^r) = r.\ln x \quad \text{et} \quad e^{r.x} = \left(e^x\right)^r$$

Courbes



La fonction Ln est définie pour x>0, elle admet une branche parabolique de direction 0x au voisinage de $+\infty$.

La fonction e^x est définie sur IR, elle admet une branche parabolique de direction 0y au voisinage de $+\infty$.

Ces deux fonctions sont réciproques l'une de l'autre, leur courbes sont alors symétriques par rapport à la droite y=x .

Limites remarquables

$\lim\limits_{x \to -\infty} e^x = 0^+$	$\lim\limits_{x \to 0^+} \ln x = -\infty$
$\lim\limits_{x \to +\infty} e^x = +\infty$	$\lim\limits_{x \to +\infty} \ln x = +\infty$
$\lim\limits_{x \to +\infty} \frac{e^x}{x} = +\infty$	$\lim\limits_{x \to +\infty} \frac{\ln x}{x} = 0^+$
$\lim\limits_{x \to -\infty} xe^x = 0^-$	$\lim\limits_{x \to 0^+} x\ln x = 0^-$

$$\lim_{x \to 1} \frac{\ln x}{x - 1} = \lim_{x \to 0} \frac{\ln(1+x)}{x} = 1$$

$$\lim_{x \to 0} \frac{e^x - 1}{x} = 1$$

Compléments sur les limites (m est un nombre rationnel strictement positif)

$\lim\limits_{x \to +\infty} \frac{\ln x}{x^m} = 0$	$\lim\limits_{x \to 0^+} x^m \ln x = 0$	$\lim\limits_{x \to +\infty} \frac{e^x}{x^m} = +\infty$	$\lim\limits_{x \to -\infty} x^m e^x = 0$

Logarithmes et exponentielles de base a (a > 0 et a différent de 1)

$(\forall x \succ 0) \ ; \ \log_a x = \frac{\ln x}{\ln a}$	$y = a^x \Leftrightarrow x = \log_a y$	$(\forall x \in \mathbb{R}) \ ; \ a^x = e^{x\ln a}$

Propriétés

$$\log_a 1 = 0 \quad \text{et} \quad \log_a a = 1$$

$$\log_a x = \log_a y \Leftrightarrow x = y$$

$$\log_a x < \log_a y \Leftrightarrow x < y$$

$$\log_a(x.y) = \log_a x + \log_a y$$

$$\log_a(\frac{x}{y}) = \log_a x - \log_a y$$

$$\log_a(\frac{1}{y}) = -\log_a y$$

$$\log_a(x^r) = r.\log_a x$$

$$a^0 = 1 \quad \text{et} \quad a^1 = a$$

$$a^x = a^y \Leftrightarrow x = y$$

$$a^x < a^y \Leftrightarrow x < y$$

$$a^{x+y} = a^x.a^y$$

$$a^{x-y} = \frac{a^x}{a^y}$$

$$a^{-y} = \frac{1}{a^y}$$

$$a^{r.x} = \left(a^x\right)^r$$

Dérivées et primitives des fonctions ln et exp

$(\ln x)' = \frac{1}{x}$	$(e^x)' = e^x$
$(\ln U)' = \frac{U'}{U}$	$(e^U)' = U'e^U$

Technique de calcul de la limite : $\lim\limits_{x \to +\infty} \frac{\ln^n(x^m)}{x^p}$ *: On pose :* $t = x^{p/n}$

Bonne Chance