المادة : الرياضيات	إ متحان تجريبي للسنة الثانية باكالوريا رقم 4	المعامل : 9
الأستاذ : علي الشريف	الشعبة : العلوم الرياضية (أ - ب) ثانوية المختار السوسي نيابة الخميسات	مدة الإنجاز : 4 ساعات

آضبط ساعتك و أنجز هذا الإمتحان في ورقة نظيفة محترما الوقت المحدد مع آحترام ضوابط و طقوس الإمتحان

التمرين الأول : 3ن

ليكن n عددا صحيحا طبيعيا غير منعدم.

نضع : $A_n = \frac{n(n+1)}{2}$ و $B_n = \left(\frac{n(n+1)(2n+1)}{6}\right)$ و $C_n = \left(\frac{n(n+1)}{2}\right)^2$.

1) بين أن A_n و B_n و C_n تنتمي إلى IN^* .

2) أحسب $A_n \wedge B_n$ (يمكن استعمال الموافقة بترديد3)

3) نضع $D_n = C_n \wedge C_{n+1}$.

أ- أحسب D_n (يمكن استعمال الموافقة بترديد 2)

ب- ليكن n من $IN^* - \{1\}$ ، بين أن الأعداد C_n و C_{n+1} و C_{n+2} أولية فيما بينها .

التمرين الثاني : 3ن

نعتبر المعادلة : $(E): z^2 + 2.\cos(\theta).(1+\cos(\theta)).z + (1+\cos(\theta))^2 = 0$

حيث θ بارامتر حقيقي من المجال $\left]0;\frac{\pi}{2}\right[$.

1) حل في C المعادلة(E) ثم أعط الشكل المثلثي لحليها بدلالة θ

2) حدد على الشكل المثلثي بدلالة θ الجذرين المربعين z_1 و z_2 للعدد العقدي : $a = 2.\cos^2\left(\frac{\theta}{2}\right).(-\cos(\theta) + i.\sin(\theta))$

3) آستنتج على الشكل المثلثي بدلالة θ الجذرين المربعين z_3 و z_4 للعدد $\bar{a}$.

4) نضع لكل n من IN : $S_n = z_1^n + z_2^n + z_3^n + z_4^n$

بين أ ن لكل p منIN : $S_{2.p} = (-1)^p.2^{p+2}\left(\cos\left(\frac{\theta}{2}\right)\right)^{2p}.\cos(p\theta)$ و $S_{2.p+1} = 0$

التمرين الثالث : 3ن

نعتبر الحلقة الواحدية$(M_3(IR),+,x)$ و الفضاء المتجهي$(M_3(IR),+,.)$ حيث $\theta = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$ هي المصفوفة المنعدمة و $I = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ هي المصفوفة الواحدية .نضع : $A = \begin{pmatrix} -1 & b & b \\ 1 & -1 & 0 \\ -1 & 0 & -1 \end{pmatrix}$ حيث $b \in IR^*$: $B = A + I$.

1) أ- أحسب B^2 و B^3 .

ب- تحقق أن : $(I-B)(I+B+B^2) = I$.

ج- استنتج أن A تقبل مقلوبة A^{-1} ثم حدد A^{-1} .

2) ليكن E الفضاء المتجهي المولد بالأسرة(I,B,B^2) .

أ- بين أن(I,B,B^2) أسرة حرة في E .

ب- استنتج أن(I,B,B^2) أساس في E ثم حدد بعد E .

التمرين الرابع : 3ن

طفلان لكل واحد منهما صندوق على 5 كرات صغيرة غير قابلة للتميز بينها باللمس و مرقمة من 1 إلى 5. نقوم بالتجربة التالية: عندما تعطى الإشارة للطفلين , يسحب كل واحد منهما كرة من صندوقه و يضعها فوق الطاولة .

نعتبر الحدث التالي A " تحمل الكرتان الموضوعتان فوق الطاولة نفس الرقم".

1) أحسب احتمال الحدث A.

2) نقوم بالتجربة السابقة n مرة$(n \geq 2)$ بإعتبار أن كل واحد من الطفلين يعيد الكرة المسحوبة إلى صندوقه قبل أن تعطى له الإشارة لسحب كرة أخرى.

أ- احسب الإحتمال p_n كي يتحقق الحدث A على الأقل مرة خلال هذه التجارب.

ب- احسب $\lim_{n \to +\infty} p_n$.

3) ماهو أقل عدد ممكن من المرات التي يجب فيها القيام بالتجربة الأولى كي يكون احتمال تحقق الحدث A على الأقل

8ن

مرة أكبر قطعا من $\frac{9}{100}$ ؟

مسألة :

الجزء الأول :

نعتبر الدالة العددية g المعرفة على المجال $[0;+\infty[$ بما يلي : $\begin{cases} g(x)=1-x\ell n(x) & ; x\succ 0 \\ g(0)=1 \end{cases}$.

1 - أ - تحقق أن الدالة g متصلة على اليمين في 0 .

ب - أحسب $\lim\limits_{x\to+\infty} g(x)$.

ج – أدرس تغيرات الدالة g و ضع جدول تغيراتها .

2 – أ – بين أنه يوجد عدد حقيقي وحيد α من المجال $]e^{-1};+\infty[$ بحيث $g(\alpha)=0$.

ب - آستنتج إشارة $g(x)$ على مجال تعريفها .

الجزء الثاني :

نعتبر الدالة العددية f المعرفة على المجال $[e^{-1};+\infty[$ بما يلي : $\begin{cases} f(x)=e^{\frac{\ell n(1+\ell n(x))}{x}} & ; x\succ e^{-1} \\ f(e^{-1})=0 \end{cases}$

ليكن (C) منحنى الدالة في معلم متعامد ممنظم $(O;\vec{i};\vec{j})$.

1 – بين أن الدالة f متصلة على اليمين في e^{-1} .

2 – أحسب $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ و آستنتج طبيعة الفرع اللانهائي للمنحنى (C) بجوار $+\infty$.

3 - بين أن : $\lim\limits_{\substack{x\to e^{-1} \\ x\succ e^{-1}}} \frac{f(x)}{x-e^{-1}}=0$

(يمكن آستعمال المتساوية $\ell n\left(\frac{f(x)}{x-e^{-1}}\right)=\frac{1}{x}.\ell n\left(\frac{\ell n(ex)}{ex-1}\right)+(e-1).\ell n(ex-1)+\frac{1-ex}{x}.\ell n(ex-1)+1$)

أعط تأويلا هندسيا للنتيجة .

4 - لتكن f' الدالة المشتقة للدالة f على المجال $]e^{-1};+\infty[$.

أ - بين أن لكل x من $]e^{-1};+\infty[$: $f'(x)=\frac{g(1+\ell n(x))}{x^2.(1+\ell n(x))}.f(x)$.

ب – حدد بدلالة α حل المعادلة $f'(x)=0$ في $]e^{-1};+\infty[$.

ج – ضع جدول تغيرات الدالة f .

5 - أدرس وضع المنحنى بالنسبة للمستقيم الدي معادلته .

6 – أنشئ المنحنى (C) . نأخذ $\|\vec{i}\|=\|\vec{j}\|=5cm$. $e^{-1}\approx 0,4$, $e^{\alpha-1}\approx 2,2$, $f\left(e^{\alpha-1}\right)\approx 1,3$ و نقبل أن (C) يقبل نقطتي آنعطاف I_1 و I_2 بحيث أفصوليهما x_1 و x_2 يحققان على التوالي $e^{-1}\prec x_1\prec 1$ و $x_2\succ e^{\alpha-1}$