المادة : الرياضيات	إ متحان تجريبي للسنة الثانية باكالوريا رقم 2 الشعبة : العلوم الرياضية (أ - ب) ثانوية المختار السوسي نيابة الخميسات	المعامل : 9
الأستاذ : علي الشريف		مدة الإنجاز : 4 ساعات

آضبط ساعتك و أنجز هذا الإمتحان في ورقة نظيفة محترما الوقت المحدد مع آخترام ضوابط و طقوس الإمتحان

التمرين الأول : 3ن

I - α_1 و α_2 و α_3 و.. α_k. أعداد صحيحة طبيعية ($k \in IN$ و $k \rangle 1$) .

نضع : $\prod_{i=1}^{i=k}(1+\alpha_i) = (1+\alpha_1)(1+\alpha_2)(1+\alpha_3)\ldots\ldots(1+\alpha_k)$

بين أن : $\left(\prod_{i=1}^{i=k}(1+\alpha_i) \in 2\ IN\right) \Leftrightarrow \left(\exists\ i \in [1,k] / \alpha_i \notin 2\ IN\right)$

II- ليكن n عددا صحيحا طبيعيا غير منعدم و $d(n)$ يرمز لعدد القواسم الصحيحة الطبيعية للعدد n و $\pi(n)$ يرمز لجداء القواسم الصحيحة الطبيعية للعدد n.

1)حدد $d(n)$ و $\pi(n)$ في كل من الحالتين : $n=14$, $n=81$.

2) أ-نفترض أن: $d(n)$ عدد زوجي : أثبت أن: $\pi(n) = n^{\frac{d(n)}{2}}$

ب- نفترض أن $d(n)$ عدد فردي أ ثبت أن العدد n مربع كامل ثم بين أن : $\pi(n) = n^{\frac{d(n)-1}{2}}.q$ بحيث $q^2 = n$

ج- تحقق من أن: $(\forall\ n \in IN^*)\ |\pi(n)|^2 = n^{d(n)}$.

3) حدد عددا صحيحا طبيعيا n بحيث : $\pi(n) = 12^{15}$

التمرين الثاني : 3ن

نعتبر المعادلة : $P(Z) = z^3 + (1+3.ie^{i\theta}).z^2 + \left[1+i.(1+3e^{i\theta})\right].z + (3.i-3).e^{i\theta}$ حيث θ عدد حقيقي و $z \in C$

1) بين أ ن $z_1 = -3.e^{i\theta}$ حل للمعادلة : $(E): P(z) = 0\ ;\ z \in C$

2) أ – حدد العددين العقديين a و b بحيث : $\forall z \in C : P(z) = (z+3.i.e^{i\theta}).(z^2 + a.z + b)$

ب – ليكن z_2 و z_3 الحلين الآ خرين للمعادلة (E) حدد z_2 و z_3 (z_2 هو الحل التخيلي الصرف)

3) أ – أ كتب $z_1\ ; z_2\ ; z_3$ على الشكل المثلثي .

ب – نضع $\theta = \frac{\pi}{10}$ حدد الشكل الجبري للعدد العقدي α حيث : $\alpha = z_1^5 + z_2^5 + z_3^5$

التمرين الثالث : 3ن

نعتبر في $M_2(IR)$ المجموعة : $E = \left\{ M = \begin{pmatrix} a+b & -5b \\ b & a+3b \end{pmatrix} ; (a,b) \in IR^2 \right\}$

1) بين أنه لكل M و M' من E ولكل α من IR لدينا $(M+M') \in E$ و $(\alpha M) \in E$.

2) أ- بين أن $(E,+,\bullet)$ فضاء متجهي حقيقي .

ب- بين أن الأسرة (I,J) حيث $I = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ و $J = \begin{pmatrix} 1 & -5 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}$ أساس للفضاء المتجهي E.

3) أ- بين أن كل مصفوفة M من E^* تقبل مقلوبا M^{-1} .

ب- بين أن $J^{-1} \in E$.

4) نعتبر المصفوفة $M = \begin{pmatrix} a+b & -5b \\ b & a+3b \end{pmatrix}$.

أ- أحسب الجداء $M\times M$.

ب- تحقق أن : $M\times M=\left(a^2-8b^2\right)I+\left(4b^2+2ab\right)J$

ج- حل في المجموعة E المعادلة $X^2=-4I$.

التمرين الرابع :

يحتوي صندوق على كرة بيضاء و كرة سوداء .نسحب عشوائيا n مرة ($n\geq 2$) بالتتابع و بإحلال كرة واحدة من الصندوق.

1) أ حسب احتمال الحدث A : " الحصول على الكرة البيضاء مرة واحدة بالضبط".

2) أ حسب احتمال الحدث B : " الحصول على الكرة البيضاء مرة واحدة على الأكثر".

3) نعتبر الحدث C :" الحصول على الكرة البيضاء مرة واحدة على الأقل و على الكرة السوداء مرة واحدة على الأقل" ليكن $\overline{C}$ الحدث المضاد للحدث C. أ حسب احتمال الحدث $\overline{C}$ ثم آ ستنتج احتمال الحدث C. 3ن

4) أ- بين أن $2^{n-1} > n+1$, لكل n من IN بحيث $n>3$.

ب- بين أن الحدثين B و C مستقلان $\Leftrightarrow$ $n=3$.

مسألة :

I) g معرفة على $I=[1,2[\cup]2,+\infty[$ بمايلي: $g(x)=\frac{(x-1)^2}{x(x-2)}-\ln|x(x-2)|$

1) أ درس تغيرات الدالة g (النهايات,الدالة المشتقة والتغيرات).

2) أ- بين أن $g(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α في $]2,+\infty[$ 3ن

ب- استنتج إشارة $g(x)$ على I .

II) f معرفة على $D=IR-\{0,2\}$ بمايلي : $f(x)=\frac{\ln|x(x-2)|}{(x-1)^2}$ إذا كان $x\neq 1$ و $f(1)=-1$.

1) بين أن المستقيم $(\Delta): x=1$ محور تماثل للمنحنى (C_f).

2) أ- أ حسب النهايتين: $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ و $\lim\limits_{x\to 2} f(x)$.

ب- بين أن الدالة f متصلة على اليمين في النقطة $x_0=1$.

3) أ- تحقق من أن: $\left(\forall x\in\left]1,\frac{3}{2}\right[\right): \frac{f(x)-f(1)}{x-1}=\frac{\ln\left[1-(x-1)^2\right]+(x-1)^2}{(x-1)^3}$

ب- بين أن f ق.ش على اليمين في النقطة $x_0=1$ (ملحوظة : $-\frac{t^2}{2}-t^3\leq\ln(1-t)+t\leq-\frac{t^2}{2}$ لكل من $\left]0,\frac{1}{4}\right[$)

4) أ- بين أن : $\left(\forall x\in D-\{1\}\right): f'(x)=\frac{2}{(x-1)^3}.g(x)$.

ب- تحقق من أن : $f(\alpha)=\frac{1}{\alpha(\alpha-2)}$ ثم اعط جدول تغيرات الدالة f على D .

5) أ- حدد نقطتي تقاطع المنحنى (C_f) و محور الأفاصيل.

ب- أنشيء المنحنى (C_f) في م.م.م $(O,\vec{i},\vec{j})$. (الوحدة: 2cm. ،نأخذ $\alpha=3,14$ و $f(\alpha)=0,28$)

ج- احسب التكامل التالي: $J=\int_3^4\frac{2}{x(x-2)}dx$ (ملحوظة : $\frac{2}{x(x-2)}=\frac{1}{x-2}-\frac{1}{x}$)

د- أحسب ب cm^2 مساحة الحيز المحصور بين (C_f) و محور الأفاصيل و المستقيمين اللذين معادلتهما: $x=3$ و $x=4$