

9:	5	:
4:	( - )	:

3 :

نعتبر الحدودية  $P(x) = 16x^3 - 20x^2 - 8x + 3$ .

ليكن  $m$  من  $Z^*$  و  $n$  من  $IN^*$  بحيث  $m \wedge n = 1$  مع  $p\left(\frac{m}{n}\right) = 0$

(1) بين أن  $m/3$  و  $n/16$ .

(2) ليكن  $a$  من  $Z$ : أ- حدد الحدودية  $Q$  بحيث:  $P(x) - P(a) = (x - a)Q(x)$  لكل  $x$  من  $IR$

ب- تحقق من أن:  $n^2 \cdot Q\left(\frac{m}{n}\right) \in Z$

ج- بين أن:  $n \wedge (m - a n) = 1$

(3) بين أن:  $m - a n / P(a)$ .

(4) أحسب  $P(a)$  في حالة  $a=1$  و  $a=-1$ .

(5) بأستعمال 1 و 3 أعط جميع الحلول الجذرية للمعادلة  $P(x) = 0$ .

3 :

المستوى  $P$  منسوب إلى م.م.م  $(O; \vec{e}_1; \vec{e}_2)$ .

نعتبر في  $C$  المعادلة:  $(E_\theta): z^2 - (1 + i \sin 2\theta)z + \frac{1}{2}i \sin 2\theta = 0$  حيث  $\theta \in \left[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right]$ .

(1) حل في  $C$  المعادلة  $(E_\theta)$  و أعط الحل المزدوج.

(2) لتكن  $M'$  و  $M''$  صورتا الحلين  $z'$  و  $z''$  و  $I$  منتصف  $[M'M'']$ .

أ- ما هي مجموعة النقط  $I$  عندما يتغير  $\theta$  في  $\left[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right]$ .

ب- برهن على أن مجموعة النقطتين  $M'$  و  $M''$  هي دائرة يجب تحديدها.

ج- برهن أنه إذا كان  $M' \neq M''$  فإن المستقيم  $(M'M'')$  له اتجاه غير مرتبط بقيمة  $\theta$ .

د-  $\theta$  معلوم أستنتج مما سبق طريقة بسيطة لإنشاء  $I$  و  $M'$  و  $M''$ .

3 :

$$M(a, b) = \begin{pmatrix} a + \frac{\sqrt{2}}{2}b & -\frac{\sqrt{2}}{2}b \\ \frac{3\sqrt{2}}{2}b & a - \frac{\sqrt{2}}{2}b \end{pmatrix} \quad \text{لكل من نعتبر المصفوفة:}$$

في الحلقة  $(M_2(IR), +, x)$  نعتبر  $E$  مجموعة المصفوفات التالية:  $E = \{M(a, b) / (a, b) \in IR^2\}$

(1) بين أن  $(E, +)$  زمرة تبادلية.

(2) بين أنه لكل  $a$  و  $b$  و  $a'$  و  $b'$  من  $IR$  لدينا:  $M(a, b) \times M(a', b') = M(aa' - bb', ab' + ba')$

$f: C \rightarrow E$

(3) نعتبر التطبيق  $f$  بحيث:  $a + bi \rightarrow M(a, b)$

أ- بين أن  $f$  تقابل من  $C$  إلى  $E$ .

ب- بين أن  $f$  تشاكل من  $(C^*, x)$  إلى  $(E^*, x)$  حيث  $E^* = E - \{M(0, 0)\}$

(4) بأستعمال السؤالين الأول والثالث ب- بين أن  $(E, +, x)$  جسم تبادلي.



année:2009/2008-email: cherifalix@yahoo.fr