Exercice .1 — Maths-inter.ma — التمرين 1.

1) بين أن: $\frac{\pi}{4}+\frac{10}{221} \le \text{Arctan}(1,1) \le \frac{\pi}{4}+\frac{1}{20}$.

2) بين أن : $\forall x>0 \quad ; \quad \frac{x}{1+x^2} \le \text{Arctan}x \le x$

Exercice .2 — Maths-inter.ma — التمرين 2.

1) بتطبيق مبرهنة Rolle على الدالة: $f(x)=\sqrt{x^3}-x(1-\sin(\pi x))$ ، بين أن :

$\exists c \in]0;1[\quad ; \quad \sin(\pi c)+\pi c.\cos(\pi c)=1-\frac{3}{2}\sqrt{c}$

2) بتطبيق مبرهنة Rolle على الدالة: $f(x)=\sqrt[3]{x^2}-\ln(1+x^2)-(1-\ln 2)x$ ، بين

أن : $\exists c \in]0;1[\quad ; \quad \frac{2}{3}\frac{1}{\sqrt[3]{c}}=\frac{2c}{c^2+1}+1-\ln 2$

Exercice .3 — Maths-inter.ma — التمرين 3.

1) f دالة متصلة على المجال $[0;1]$ وقابلة للإشتقاق على المجال $]0;1[$ بحيث:

$f(0)=1$ و $f(1)=\frac{4016}{4015}$ ، بين أن :

$\exists c \in]0;1[\quad ; \quad 2008.f'(c)=\sqrt[2008]{c^{2007}}$

2) f دالة متصلة على المجال $[0;1]$ وقابلة للإشتقاق على المجال $]0;1[$ بحيث:

$f(0)=0$ و $f(1)=\ln 2$ ، بين أن :

$\exists c \in]0;1[\quad ; \quad (1+c^3)f'(c)=3c^2$

Exercice .4 — Maths-inter.ma — التمرين 4.

1) نعتبرالعدد الصحيح الطبيعي $n \ge 2$. f دالة متصلة على المجال $[0;1]$ وقابلة

للإشتقاق على المجال $]0;1[$ بحيث: $f(0)=1$ و $f(1)=\frac{2n}{2n-1}$ ، بين أن :

$\exists c \in]0;1[\quad ; \quad n.f'(c)=\sqrt[n]{c^{n-1}}$

2) f دالة متصلة على المجال $[0;1]$ وقابلة للإشتقاق على المجال $]0;1[$ بحيث: و

$4f(0)-\frac{\pi}{4}=4f(1)-\text{Arctan}2$ ، بين أن :

$\exists c \in]0;1[\quad ; \quad (2c^4+4c^2+4).f'(c)=c$

Exercice .5 — Maths-inter.ma — التمرين 5.

1) f دالة متصلة على المجال $[0;1]$ وقابلة للإشتقاق على المجال $]0;1[$ بحيث:

$f(0)=1$ و $f(1)=0$ ، بين أن :

$\exists c \in]0;1[\quad ; \quad f^n(c).f'(c)=\sqrt[n]{c^{n-1}}-\frac{1}{n+1}-\frac{n}{2n-1}$

2) f دالة متصلة على المجال $[0;1]$ وقابلة للإشتقاق على المجال $]0;1[$ بحيث:

$f(0)=f(1)=1$ و $f(x)\neq 0$; $\forall x \in]0;1[$ ، بين أن :

$\exists c \in]0;1[\quad ; \quad \frac{3.f'(c)}{f(c)}=\frac{f'(1-c)}{7.f(1-c)}$

Exercice .6 — Maths-inter.ma — التمرين 6.

1) f دالة متصلة على المجال $[a;b]$ وقابلة للإشتقاق على المجال $]a;b[$ بحيث:

$\forall x \in [a,b] \; ; \; f(x)>0$ بين أن : $\exists c \in]a;b[\quad ; \quad \frac{f(b)}{f(a)}=e^{(b-a)\frac{f'(c)}{f(c)}}$

2) f دالة متصلة وقابلة للإشتقاق على المجال $[0;1]$ ودالتها المشتقة متصلة على المجال

$]0;1]$ بحيث: $f(0)=0$ و $f'(x)>0$; $\forall x \in]0;1]$ ، بين أنيوجد عددان

حقيقيان $m \ge 0$ و $M \ge 0$ بحيث :

$\forall x \in [0;1] \quad ; \quad m.x \le f(x) \le M.x$

Exercice .7 — Maths-inter.ma — التمرين 7.

1) f دالة متصلة على المجال $[a;b]$ وقابلة للإشتقاق على المجال $]a;b[$:

بين أن : $\exists c \in]a;b[\quad ; \quad 3c^2\,[f(b)-f(a)]=(b^3-a^3)f'(c)$

2) نعتبر الدالة f المعرفة على IR كما يلي : $f(x)=ax^2+bx+c$ بحيث $a \neq 0$

ليكن h و x عددان حقيقيان . بين وجود عدد حقيقي وحيد $\theta \in]0;1[$ محددا قيمته

بحيث : $f(x+h)-f(x)=hf'(x+\theta h)$

Exercice .8 — Maths-inter.ma — التمرين 8.

1) f دالة متصلة على المجال $[0;1]$ وقابلة للإشتقاق على المجال $]0;1[$ بحيث:

$f(0)=0$ و $f'(x)\neq 0$; $\forall x \in]0,1[$.

بين أن $f:[0,1]\to IR$ تطبيق تباييني واستنتج أن f لها إشارة ثابتة على $[0,1]$.