Exercice .1 Maths-inter.ma .1 التمرين

نعتبر المعادلة : $(E_n)\ :\ z^n=(iz+2i)^n\ ,\ n\in IN^*,\ z\in Z$

1) a) حدد الشكل المثلثي للعددين $z_1$ و $z_2$ حلي المعادلة $(E_2)$ $(\operatorname{Im} z_1>0)$

b) نضع : $u_p=z_1^p+z_2^p\ ;\ \forall p\in IN$ بين أن: $u_p=2\sqrt{2}^p\cos\frac{3p\pi}{4}$

c) استنتج قيم $p$ التي من أجلها يكون: $u_p=\left(\sqrt{2}\right)^{p+1}$

2) في المستوى العقدي المنسوب إلى م.م.م. $(O,\vec{u},\vec{v})$.نعتبر النقطتين $A_{(-2)}$ و $M_{(z)}$ حيث $z\in\mathbb{C}$ .

a) بين أنه إذا كان $z$ حلا للمعادلة $(E_n)$ فإن $OM=AM$ .

b) استنتج أن كل حلول المعادلة $(E_n)$ تكتب على شكل $-1+\lambda i\ ,\ \lambda\in\mathbb{C}$

3) a) حل في $C$ المعادلة $(E_n)$ .

b) بين أن حلول $(E_n)$ تكتب على شكل $k\in\{0,1,...,n-1\}$ $z_k=-1+i\tan\left(\frac{\pi}{4}+\frac{k\pi}{4}\right)$

Exercice .2 Maths-inter.ma .2 التمرين

نعتبر في $C$ مجموعة الأعداد العقدية المعادلة التالية : $(E)\ :\frac{1}{2}z^3-(1+i)z^2+2(1+i)z-4i=0$ .

1) a) بين أن المعادلة $(E)$ تقبل حلا تخيليا صرفا $z_0$ يجب حديده.

b) حل في $C$ المعادلة $(E)$

2) في المستوى العقدي المنسوب إلى معلم متعامد ممنظم $(O,\vec{u},\vec{v})$ نعتبر النقط التالية:

$A(1+i\sqrt{3})\ ,\ B(1-i\sqrt{3})\ ,\ C(2i)$

a) بين أن: $OA=OB$

b) حدد لحق النقطة $D$ منتصف القطعة $[AC]$ وحدد قياسا للزاوية $(\vec{u};\vec{OD})$

c) استنتج القيم المضبوطة للعددين : $\cos(\frac{5\pi}{12})\ ,\ \sin(\frac{5\pi}{12})$

d) لتكن $O'$ صورة $O$ بالدوران $R_1$ الذي مركزه $A$ وزاويته $\frac{-\pi}{2}$ و $B'$ صورة $B$ بالدوران $R_2$ الذي مركزه $A$ وزاويته $\frac{\pi}{2}$. حدد لحقي $O'$ , $B'$

e) لتكن $I$ منتصف القطعة $[OB]$ بين أن $(AI)$ ارتفاع في المثلث $AO'B'$

Exercice .3 Maths-inter.ma .3 التمرين

ليكن $a$ عددا عقدياً حيث $a\neq i$؛نعتبر $j=-\frac{1}{2}+i\frac{\sqrt{3}}{2}$ , و $\bar{j}$ مرافقه

نعتبر الحدودية $P$ المعرفة بما يلي : $(\forall z\in C): P(z)=z^2+(a-i)z+(a-i)^2$

1) a) تحقق أن : $P(z)=[z-(a-i)j]\times[z-(a-i)\bar{j}]$

b) حل في $C$ المعادلة: $P(z)=0$

2) في المستوى العقدي المنسوب إلى م,م,م نعتبر النقط A و B و C التي ألحاقها $z_A=i-a$ و $z_B=(a-i)j$

و $z_C=(a-i)\bar{j}$ على التوالي . نعتبر الدوران الذي مركزه A ويحول النقطة B إلى C .

a) حدد زاوية هذا الدوران r .

b) إعط الكتابة العقدية للدوران r .

3) نفترض أن $a=1$

a) حدد الشكل المثلثي للأعداد العقدية $z_A$ , $z_B$ , $z_C$ .

b) حدد $d$ لحق النقطة $D$ بحيث يكون الرباعي $ABDC$ متوازي الأضلاع

c) بين أن $(AD)\perp(BC)$ واستنتج طبيعة الرباعي $ABDC$

Exercice .4 Maths-inter.ma .4 التمرين

نعتبر المعادلة التالية في $C$ : $(E);2z^2(1-\cos(2\theta))-2z\sin(2\theta)+1=0$ . حيث $\theta\in\left[-\frac{\pi}{2},0\right[\cup\left]0,\frac{\pi}{2}\right]$ .

1) حدد $z_1$ و $z_2$ حلي المعادلة /(E)

2) أكتب على الشكل المثلثي العد دين $z_1$ و $z_2$ ( ناقش حسب قيم $\theta$).

3) نعتبر النقط $A(\frac{e^{-i\theta}}{2\sin\theta}),B(\frac{e^{i\theta}}{2\sin\theta}),I(\frac{1}{2\sin\theta})$ .

a) حد د المجمو عة $\Sigma$ للأعد اد الحقيقية $\theta$ من $\left[-\frac{\pi}{2},0\right[\cup\left]0,\frac{\pi}{2}\right]$ بحيث يكو ن المثلث OAB متساوي الساقين و قائم الزاوية في O .

b) أعط التمثيل العقدي للد وران الذي مركزه I و يحول A الى B .

Exercice .5 Maths-inter.ma .5 التمرين

نعتبر في المجموعة $C$ الحدودية : $P(z)=z^3-z^2-(5+4i)z+21-12i$

1) حل في المجموعة $C$ المعادلة $P(z)=0$ علما أن لها حلا حقيقيا .

2) المستوى العقدي منسوب إلى معلم متعامد ممنظم مباشر $(O;\vec{u};\vec{v})$ .

لتكن $A$ و $B$ و $I$ النقط التي ألحاقها على التوالي : $z_A=3+2i$ و $z_B=-3$ و $z_I=1-2i$

a) احسب : $Z=\frac{z_I-z_A}{z_I-z_B}$ واستنتج طبيعة المثلث $IAB$ .

b) $z_c$ لحق النقطة $C$ صورة النقطة $I$ بالتحاكي التي مركزه $A$ ونسبته 2 .

c) لتكن النقطة $D$ مرجح النظمة المتزنة $\{(A;1);(B;-1);(C;1)\}$ . حدد لحق النقطة $D$ .

d) بين أن الرباعي $ABCD$ مربع .

3) حدد $(\Gamma)$ مجموعة النقط $M$ التي لحقها $z$ بحيث : $\left\|\overrightarrow{MA}-\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{MC}\right\|=\frac{1}{2}\left\|\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MC}\right\|$ وأنشئها .

4) حدد $(C)$ مجموعة النقط $M$ التي لحقها $z$ بحيث : $\left\|\overrightarrow{MA}-\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{MC}\right\|=4\sqrt{5}$ وأنشئها .

Bonne Chance