

Exercice .1

Maths-inter.ma

التمرين

نزود \mathbb{R}^2 بقانون تركيب الداخلي المعرف بما يلي: $\forall (x,y,a,b) \in \mathbb{R}^4 \quad (x,y) * (a,b) = (x+a, ye^a + be^{-x})$

(1) احسب: $(2,1) * (1,0)$ ثم $(1,0) * (2,1)$. ماذا تستنتج ؟

(2) أثبت أن القانون * تجميعي في \mathbb{R}^2 .

(3) أثبت أن القانون * يقبل عنصرا محايدا في \mathbb{R}^2 .

(4) بين أن جميع عناصر \mathbb{R}^2 تقبل مائلا في $(\mathbb{R}^2, *)$

(5) استنتج بنية $(\mathbb{R}^2, *)$

Exercice .2

Maths-inter.ma

التمرين

نذكر أن $(M_2(\mathbb{R}), +, \times)$ حلقة واحدة .

نضع: $E = \left\{ M_a = \begin{pmatrix} e^a & 0 \\ ae^a & e^a \end{pmatrix}, a \in \mathbb{Q} \right\}$ ونعتبر التطبيق f من \mathbb{R} نحو E المعرف بما يلي: $\forall a \in \mathbb{R}, f(a) = M_a$.

(1) بين أن E جزء مستقر من $(M_2(\mathbb{R}), \times)$.

(b) بين أن f تشاكل تقابلي من $(\mathbb{R}, +)$ نحو (E, \times) .

(c) استنتج بنية (E, \times) .

(2) نضع $(M_a)^0 = I$ و $(M_a)^1 = M_a$ و $(M_a)^{n+1} = M_a^n \times M_a$ و $\forall a \in \mathbb{N}, (M_a)^{n+1} = M_a^n \times M_a$ و $\forall p \in \mathbb{Z}^-, (M_a)^p = (M_a^{-1})^{-p}$

(a) بين أن: $\forall p \in \mathbb{Z}, (M_a)^p = M_{ap}$

(b) ناقش حسب قيم n حلول المعادلة: $(M_x)^n \times M_5 = M_{5n}$ (حيث $x \in \mathbb{R}$ هو المجهول).

Exercice .3

Maths-inter.ma

التمرين

نعتبر المصفوفة: $A = \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}$ و المصفوفة $I = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$

(1) أحسب $A^2 - 3A + 2I$ ثم استنتج أن A تقبل مقلوبا في $(M_2(\mathbb{R}), \times)$ يتم تحديده.

(2) نعتبر E مجموعة المصفوفات من نوع: $M_a = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} a + \frac{1}{a} & a - \frac{1}{a} \\ a - \frac{1}{a} & a + \frac{1}{a} \end{pmatrix}$ حيث $a \in \mathbb{R}^*$. نضع: $K = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}$; $J = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$

(a) أحسب J^2 ; KJ , JK , K^2 .

(b) أحسب M_a بدلالة J و K

(c) بين أن E جزء مستقر من $(M_2(\mathbb{R}), \times)$.

(3) نعتبر التطبيق f من \mathbb{R}^* نحو E المعرف بما يلي: $f(a) = M_a$

(a) بين أن f تشاكل تقابلي من $(\mathbb{R}^*; \times)$ نحو $(E; \times)$

(b) استنتج بنية $(E; \times)$ ثم حدد مقلوب M_a في $(E; \times)$.

Bonne Chance