

Exercice .1

Maths-inter.ma

التمرين 1.

نعتبر قانون التركيب الداخلي في  $\mathbb{R}$  ، المعرفة كما يلي :

$$\forall (a,b) \in \mathbb{R}^2; \quad a T b = a + b - \pi$$

- (1) بين أن القانون  $T$  تبادلي وتجميعي.
- (2) أحسب  $x T \pi$  لكل  $x$  من  $\mathbb{R}$  ، واستنتج العنصر المحايد لهذا القانون.
- (3) حدد العنصر المماثل لكل عنصر من العناصر التالية:  $\pi$  ،  $2\pi$  ،  $3\pi$  ،  $3$  ،  $2\pi-3$  .
- (4) بين أن كل عنصر  $a$  من  $\mathbb{R}$  يقبل مائلا  $a'$  يتم تحديده.
- (5) حدد بنية  $(\mathbb{R}, T)$

Exercice .2

Maths-inter.ma

التمرين 2.

نعتبر قانون التركيب الداخلي في  $\mathbb{R}$  ، المعرفة كما يلي :  $\forall (a,b) \in \mathbb{R}^2; \quad a T b = ab - 3(a + b) + 12$ 

- (1) بين أن القانون  $T$  تبادلي .
- (2) بين أن 3 عنصر ماص وأن 4 عنصر محايد لهذا القانون.
- (3) بين بواسطة برهان بالخلف أن 3 لا يمكن أن يكون له مماثل بهذا القانون.
- (4) بين أن:  $1 T (1 T 2) = (1 T 1) T 2$  . هل يمكن أن نستنتج من هذا التساوي أن  $T$  قانون تجميعي؟
- (5) أحسب  $(-1 T 0) T 1$  و  $-1 T (0 T 1)$  ماذا تستنتج؟
- (6) هل  $(\mathbb{R}, T)$  زمرة؟ علل جوابك
- (7) حدد مماثلات العناصر  $0$  ،  $-1$  ،  $2$
- (8) بين أن كل عنصر مخالف ل 3 له مماثل وحدده.
- (9) بين أن :  $\forall (a,b) \in \mathbb{R}^2; \quad a T b = 3 \Leftrightarrow (a-3)(b-3) = 0$
- (10) استنتج أن المجموعة  $G = \mathbb{R} - \{3\}$  جزء مستقر بالنسبة للقانون  $T$  في  $\mathbb{R}$  .

Exercice .3

Maths-inter.ma

التمرين 3.

نعتبر قانون التركيب الداخلي في  $\mathbb{R}$  ، المعرفة كما يلي :  $\forall (a,b) \in \mathbb{R}^2; \quad a T b = \frac{1}{2}ab + (a + b)$ 

- (1) بين أن القانون  $T$  تبادلي وتجميعي.
- (2) بين أن  $T$  يقبل عنصرا محايد  $e$  .
- (3) حدد العناصر القابلة للمماثلة بالقانون  $T$ .
- (4) بين أن المجموعة  $G = \mathbb{R} - \{-2\}$  جزء مستقر بالنسبة للقانون  $T$  في  $\mathbb{R}$  .
- (5) استنتج أن المجموعة  $(G, T)$  زمرة تبادلية .
- (6) حل في  $\mathbb{R}$  المعادلة  $x T 2 = 1$

Exercice .4

Maths-inter.ma

التمرين 4.

نعتبر قانون التركيب الداخلي في  $\mathbb{R}$  ، المعرفة كما يلي :  $\forall (a,b) \in \mathbb{R}^2; \quad a T b = a + b - ab$ 

- (1) بين أن القانون  $T$  تبادلي وتجميعي.
- (2) حدد العنصر المحايد لهذا القانون.
- (3) حدد العناصر التي تقبل مائلا.
- (4) ليكن  $a$  عدد حقيقي و  $n$  عدد صحيح طبيعي غير منعدم.

Exercice .5

Maths-inter.ma

التمرين 5.

نعتبر قانون التركيب الداخلي في  $\mathbb{R}^+$  ، المعرفة كما يلي :  $\forall (a,b) \in \mathbb{R}^2; \quad a * b = \sqrt{a^2 + b^2}$ 

- (1) بين أن القانون  $*$  تبادلي وتجميعي وحدد عنصره المحايد.
- (2) بين أن العنصر 1 ليس له مماثل بالقانون  $*$  .
- (3) هل  $(\mathbb{R}^+, *)$  زمرة؟ علل جوابك.

Exercice .6

Maths-inter.ma

التمرين 6.

نعتبر قانون التركيب الداخلي في  $\mathbb{R}$  ، المعرفة كما يلي :  $\forall (a,b) \in \mathbb{R}^2; \quad a * b = \ln(e^a + e^b)$ 

- (1) بين أن القانون  $*$  تبادلي .
- (2) بين أن القانون  $*$  تجميعي .
- (3) بين أنه مهما يكن  $x$  من  $\mathbb{R}$  فإن  $x * 1$  مخالف ل 1.
- (4) استنتج أن  $*$  لا يقبل عنصرا محايدا.

Exercice .7

Maths-inter.ma

التمرين 7.

نعتبر قانون التركيب الداخلي في  $\mathbb{R}$  ، المعروف كما يلي :  $\forall (a,b) \in \mathbb{R}^2; a T b = \frac{a+b+|a-b|}{2}$

- (1) بين أن القانون  $T$  تبادلي .
- (2) بين أن :  $\forall (a,b) \in \mathbb{R}^2; a T b = \sup(a,b)$
- (3) باستعمال البرهان بالخلف ، بين أن  $T$  لا يقبل عنصرا محايدا.

Exercice .8

Maths-inter.ma

التمرين 8.

ليكن  $T$  قانون تركيب داخلي تجميعي في المجموعة  $E$  . المجموعة التالية تسمى : مركز  $E$  وهي معرفة كالتالي :  
 $C = \{x \in E / (\forall a \in E) ; a T x = x T a\}$   
 بين أن  $C$  جزء مستقر بالنسبة للقانون  $T$  وأن هذا القانون تبادلي في  $C$ .

Exercice .9

Maths-inter.ma

التمرين 9.

ليكن  $T$  قانون تركيب داخلي معرف في المجموعة  $E$  بواسطة الجدول التالي:

T	1	2	3	4	5
1	1	5	4	1	1
2	5	4	3	2	1
3	5	3	2	3	4
4	1	2	3	4	5
5	1	1	4	5	5

- (1) أدرس تبادلية وتجميعية هذا القانون.
- (2) حدد العنصر والمحايد والعناصر التي تقبل مائلا.
- (3) حدد العناصر المنتظمة (réguliers ou simplifiables)

Bonne Chance