Exercice .1 Maths-inter.ma ____ National : 2001 التمرين

نعتبر المتتالية المعرفة كما يلي:

$$\begin{cases} a_0 = 2 \;\; ; \;\; a_1 = 5 \\ (\forall n \in IN) \;\; ; \;\; a_{n+2} = 5a_{n+1} - 6a_n \end{cases}$$

.I

1) حل المعادلة المميزة للعلاقة $a_{n+2} - 5a_{n+1} + 6a_n = 0$ ؛ ثم استنتج أن $a_n = 2^n + 3^n$ لكل n من IN .

2) أحسب $\lim\limits_{n\to\infty} a_n$ و $\lim\limits_{n\to\infty} \frac{a_{n+1}}{a_n}$

3) أدرس بواقي القسمة الأقليدية للأعداد 2^n و 3^n على 5 (n عدد صحيح طبيعي)

4) استنتج حلول المعادلة $a_n \equiv 0\ [5]$; $n \in IN$

5) أثبت أن : $(\forall n \in IN)$; $a_n \wedge a_{n+1} = 1$

.II

1) تحقق أن a_m لا يكتب على الشكل b^α بحيث b و α عددان صحيحان طبيعيان و $\alpha \geq 2$ في كل حالة من الحالتين التاليتين:

$m = a \quad (1)$; $m = b \quad (2)$

2) نفترض أن m عدد صحيح طبيعي فردي وأولي مع 5 .

a) بين أنه يوجد عدد صحيح طبيعي k بحيث : $a_m = 5.S_k$ ، بحيث :

$$S_k = 2^{2k} + 2^{2k-1}(-3) + 2^{2k-2}(-3)^2 + \ldots + 2(-3)^{2k-1} + (-3)^{2k}$$

(يمكن استعمال تعميل الصيغة $2^{2k+1} + 3^{2k+1}$)

b) بين أن : $S_k \equiv m.2^{m-1}\ [5]$

c) استنتج أن S_k لا يقبل القسمة على 5.

d) هل يمكن تعميم نتيجة السؤال 1_B) ؟ علل جوابك.

Exercice .2 Maths-inter.ma ____ Académie : Kénitra - 1995 التمرين

1) حل في $Z \times Z$ المعادلة : $(E): 17x - 7y = 1$

2) حل في Z : $(1): \begin{cases} x \equiv 2\ [7] \\ x \equiv -2\ [17] \end{cases}$; $(2): \begin{cases} x \equiv -2\ [7] \\ x \equiv 2\ [17] \end{cases}$

3) حل في Z المعادلة : $x^2 \equiv 4\ [119]$

Bonne Chance